



FA 6 B 263

MISCELLANEVM HYPERBOLICVM, ET PARABOLICVM.

IN QVO PRÆCIPVE AGITVR DE CENTRIS
Gravitatis Hyperbola, partium eiusdem,

Atque nonnullorum solidorum, de quibus nunquam Geometria locuta est.

Parabola nouiter quadratur dupliciter.

Ducuntur infinitarum parabolarum tangentes.

Assignantur maxima inscriptibilia, minimaque circumscriptibilia

Infinitis Parabolis, Conoidibus, ac semijusis parabolicis.

Aliaque Geometrica noua exponuntur jctu digna.

AUTHORE

F. STEPHANO DE ANGELIS
VENETO,

*Ordinis Iesuatorum S. HIERONYMI, in Veneta
Prouincia Definitore Prouinciali.*

AD ILLUSTRISSIMOS, ET SAPIENTISSIMOS
SENATVS BONONIENSIS
QUINQVAGINTA VIROS.



VENETIIS, M. DC. LIX.

Apud Ioannem Baptistam Ferretum.

SUPERIORVM PERMISSV.



Illustrissimis, & Sapientissimis

BONONIENSIS SENATVS
QUINQVAGINTA VIRIS

Dominis Colendissimis.

F. STEPHANVS ANGELI VENETVS

Ord. Iesuatorum S. Hieronymi, ac in Prouincia

Veneta Prouincialis Definitor P.P.P.



A Virtutis est vis (Illustrissimi & Sapientissimi DD.), ac solertissima indoles, ut animum suauiter imbuat, disciplinisq; veluti temperamento peroptimo, iucundè compnat, & instruat. Quod viuere est corpori, id menti prestat scire excellentiis; namq; veluti Promethei inanis statua homo degeret, si à scientiarum radio feliciter non excitaretur ad vitam. Id docuit Apollinis lyra, quæ lapidem quorundam dulcisona fecit carmina reddentem, vitales indidit auras, & voces, cum in reliquis gemitaret inanimis, atq; imè tenderet in centrum. Explicet prosperè plumas Dedalus, iungat humeris alas, se sibi breui in aera, casus fugiat crudelitatis deludens ingenium; animus verè tunc petita aethera, cum sapientie adiumento fulcitur, scientiarumq;

acumine euadit nuperus Phoenix, ut vires sumat ad ten-
tanda sydera. Deniq; volitabit mens incunctanter ubi
studij artificium acceperit, idq; robur mutuabit à scientia,
quod ab Archyte cura retulit lignea olim columba, cui pennas
fabrefacere ad volatum, opificis fors fuit, & elucubratio
valdè diligens. Ita est; si uiuat corpus, at rude extet in-
genium, minimè dicendum, quod uiuat homo, qui solum ut
intelligat uiuit, opusq; intelligentiæ exercendo ab animan-
tibus ceteris secernitur. Natura gressum dat pedibus ut cir-
cumcursent per orbem; verùm, ut mens euebatur, virtus
est, quæ capiti iungit adminicula; ideo Mercurius Scientia-
rum Numen, & Præses, ceruicem, atq; plantas iurè implicat
alis. Ergo si maxima debemus naturæ, cuius ope moritur
uiuimus, potiora scientiæ inscribenda, quæ rectè, quæ sa-
pientèr, quæ utilitèr, quæ decorè, quæ perennitèr uiuimus.
Filla nos incunabulis, veluti carceri fascijs adstrictos, addicit;
hec perennitati generosè fouet. Filla ab utero in ærumosam
uitam; hec in gloria Capitolium educit. Filla lacte, quo sa-
ginamur infantes, ad corruptionem enutrit; hec nos immor-
tali atq; parit, ac posthumos seruat. Illa demùm parentibus
emancipat, & Patriæ; hec quidquid sumus Lyceis, & præ-
ceptoribus inscribit; indeq; proficitur Achilles, plura debere
Chyromi, qui ab animo ruditatem eliminauit, quam Thety-
di, quæ corpus dedit, Sisygijq; vndis lotum ietibus exposuit
in ffensum Bononia Gloriosa studiorum Mater, quæ Athe-
narum reparat vetustatem, quæ scientijs gymnasia disertis-
sima aperit, quæ Virtuti sola seruit thronum, & domicilium,
quæ postremò Mæcenates parat sapientibus, ad Matheſis me
accendit Amorem, opportunitatem contulit, Archimedemq;
exhibuit,

exhibuit, Excellentissimum nempe Bonauenturam Cauale-
rium, qui Geometriæ gloriam perfecit, huiusce præclarissimæ
Vrbis auxit nitorem, Iesuatorum cetum amplissime decora-
uit, ut puriori Geometricarum dulcedinum lacte, luculenter
nutriner. Hausi, quæ nunquam ad saturitatem degustabo
alimenta. Vestrum Filustrissimi, & Sapientissimi DD.
Urbanitati lenissima, quæ Præceptorem Caualerium fouit im-
pensè, iurè se statuit discipulus, quò fidenter deditissima Vo-
bis hec liber attramenta, quibus claritatem iungere, ut in-
occidua splendeſcant, vestra Nobilitatis, & laudis, opus erit,
ac facinus præstantissimum. Tenus munitusculi inopiam com-
mendet quæ promitur obsequentiſsima uouentis deuotio; hec
me uobis valdè spondet deuinctum, hec consulit, & iubet,
ut tandem, forsan cum fenore, reddam, quæ iam Geometri-
ca ab hoc Lyceo iucundissimè ebibi rudimenta. Primitiarum
titulis gloriantur hi labores, namq; centrum grauitatis hy-
perbola me primò fuisse perſcrutatum profiteor. Vos hinc eli-
go Numina, quibus equissimè dicem, Vos operis optime sta-
tuo Patronos. Ioannes della Faille, qui primus centrum gra-
uitatis partium circuli, & Ellipsis est nactus, voluminis
uerticem Phylippi Quarti Hispaniarum Potentissimi Regis,
nomine, & maiestate coronauit. Quò gaudet communi ti-
tulo, hæc opella, eò præclarissimis Viris se nouit fore sacran-
dam. Excipiatis hec uota, ideo à Vobis omnibus numeris
maximis, cum exigua sunt, & penè minum, tuenda. Cete-
rum si Pallas ortum ditauit irriguè pluens aurum, Vos pari-
tèr Sapientissima Urbis Præsides, quiq; ideo Mineruæ mu-
nus impletis, Astra ditent, ac prosperè tribuant ad gloriam
senescere. Valete.



LECTORI BENEVOLO.



Lapso Mense Iulij exierunt è Typographi manibus quatuor nostri libri circa Infinitas Parabolas versantes. Subiectum equidem vetus, quum de ipso Cavalerius antè annum 1640, in problemate ultimo centuriæ suorum problematum; & anno 1647. in exercitationibus geometricis; pertractauerit. Sed circa illud, non modica vel totaliter ab ipso intacta, vel proprijs medijs ostensa, & roborata, manifestauimus. Verum dum tertius illorum sub prælo esset, succurrit modus centra grauitatis hyperbolæ, eiusque partium indagandi, supposita tamen ipsarum quadratura. Ast tunc nostra intererat opus de infinitis parabolis quam primum absoluere; quapropter & in epistola ad lectorem, & in calce quarti libri polliciti sumus, & argumentum illud, & tractatum de infinitis spiralis, sequenti anno, explicare. Incepimus conscribere propositiones ad centrum grauitatis hyperbolæ attinentes; quando tot nouæ cognitiones geometri-

cæ

cæ occurrerunt, vt nos coegerint (nescimus quo facto) sententiam mutare, impullerintque Miscellaneum præsens citissimè edere, opusculum de infinitis spiralis ad aliud tempus referuantes. Etenim nescimus an hoc primum futurum sic illorum, quæ forsan elaboraturi sumus. Modò namque phantasiam occupat argumentum quodam leuiter ab eximio Torricellio tactum; circa quod, doctrinas tum in Miscellaneo præsentis, tum in opere de infinitis parabolis expositas, insequentes, arbitramur nobis licitum fore futurum explicare quamplurima noua, tam circa mensuram, quam circa centra grauitatis infinitorum solidorum, infinitisque modis variatorum. Accipe ergo, benignè Lector, in præsentiarum Miscellaneum hocce, in quo quas principaliter enucleauimus doctrinas, habes in eius fronte. Porrò cupimus admoneri, nos in ipso aliqua indiuisibilium methodo dumtaxat confirmasse. Namque illa omittendo, putabamus, non modicè ingenium tuum labefactare. Haud enim indiuisibilium methodo roboratis assentiri, leuiterque circa regalem illum arguendi modum hæsitare, aliud procul dubio non indicat, quam eius vim, & energiam intimè, ac medulitùs minimè percipi. Perlege ergo sequentia si tibi placet, & Vale.

Noi

Noi Reformatori dello Studio di Padoa.

HAuendo offeruato per fede del Padre Inquisitore non esserui, nel Libro di Materie Matematiche del Pad. F. Stefano Angeli dell' Ordine de Gesuati, cosa contraria alla Santa Fede, e parimente per attestato del Segretario nostro niente contro Principi, è buoni costumi, permettemo, che possi essere stampato, douendo offeruarsi gl'Ordini, & esserne presentate due Copie, vna per la Libreria di Padoa, e l'altra di questa Città &c.
Dat. dal Magistr. nostro li 8. Ottobre 1659.

{ Nicolò Sagredo Cau. Proc. Ref.

Alemante Angelo Donini Segr.



MISCELLANEVM HYPERBOLICVM, PARABOLICVMQVE.



RÆCVNDITAS trium propositionum initio tertij libri eorum, quos de infinitis conscripsimus parabolis, explicatarum, luculenter exprounciatis iisdem in libris fuit omnibus patefacta. Hæc autem elucescet magis, magisque perlustrantibus in præsentis libro à nobis aperienda. Centra grauitatis circuli, & Ellipsis, aliquarumque ipsorum partium ad nostra tempora vsque incognita fuere. Nostro dumtaxat seculo Ioannes della Failla, Guldinus, alijque hæc detexere. Hæc & nos manifestauimus in 3. & 4. præcitatis libris, at methodo ab omnibus diuersa. Ast hæc centra inquirerentur frustra nisi circuli quadratura supponeretur. Semidiameter etenim ad interceptam inter centrum circuli, & centrum grauitatis sectoris eiusdem eam dicitur habere rationem, quæ inter partem circumferentiæ, rectamque
A lineam

lineam cadit. Ratio vero inter rectum, & curvum exprimenda, semota circuli quadratura, habetur nē forsitan? Nequaquam. Igitur prædicta centra minimè reperirentur, nisi circuli quadratura supponeretur. Tres in geometria extant insignes figuræ, quarum desideratur quadratura, Circulus, Ellipsis, ac Hyperbola. Circuli & Ellipsis, ac eorum partium (supposita talium figurarum quadratura) centra gravitatis reperta fuere; cur non etiã ipsius hyperbolæ? Centrum gravitatis hyperbolæ sub silentio relinquere quotquot de centro gravitatis figurarum scripsere. Saltem nescimus aliquem de ipso verba fecisse. Imò Guldinus lib. pri. centrobarycæ in calce pag. 9. liberè pronuntiat. *Deest hoc loco hyperbolæ, eiusque partium centri gravitatis investigatio.* Curabimus ergo nos, hoc centrum, seu potius hæc centra, manifestare, at non nisi hyperbolæ supposita quadratura; in primisque ostendemus in qua linea diametro parallela sit centrum gravitatis semihyperbolæ. Ast quoniam hoc inquiremus media ratione, quam habet cylindrus conoidi hyperbolico circumscriptus, ad ipsum conoides; licet hanc nos docuerit Archimedes lib. de conoid. & spheroid. proposit. 27. attamen & nos prius hanc assignabimus pluribus modis, inter seque diuersis, ac nunquam excogitatis; & hoc eò libentius, quia data occasione, aliqua nova geometrica exponemus. Sit ergo.

PRO-

PROPOSITIO PRIMA.

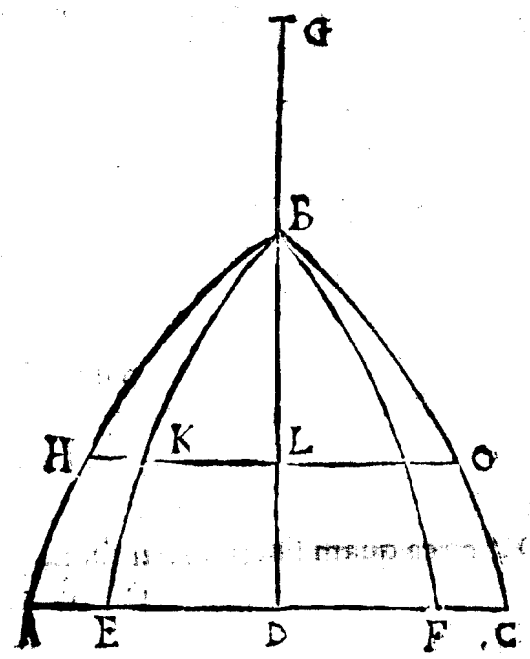
Si circa diametrum hyperbolæ sit etiã parabola ita dividens basim hyperbolæ, ut quadratum semibasis, sit ad quadratum semibasis parabola, ut composita ex latere transverso hyperbolæ, & ex diametro, ad transversum latus. Totã parabola cadet intra hyperbolam.

TRes sequentes proposit. probantur ferè iisdem terminis à Luca Valerio in append. ad lib. 3. de cent. gravit. proposit. pri. & 2. Esto ergo hyperbola ABC, cuius latus transversum GB, diameter BD, circa quam sit etiã parabola EBF, sic secans AC, ut quadratum AD, sit ad quadratum DE, ut DG, ad GB. Dico totam parabolam EBF, cadere intra hyperbolam. Accipiantur arbitrariè punctum L, per quod ducatur ordinatim applicata HKL. Quoniam ex proposit. 21. prim. conic. quadratum HL, est ad quadratum AD, ut rectangulum GLB, ad rectangulum GDB; & ex hypothesi, est quadratum AD, ad quadratum DE, ut DG, ad GB; nempe sumpta communi altitudine DB, ut rectangulum GDB, ad rectangulum GBD. Ergo ex æquali, erit quadratum HL, ad quadratum ED, ut rectangulum GLB, ad rectangulum GBD. Rursum; quoniam in parabola est ex proposit. 20. lib. cit. quadratum ED, ad quadratum KL, ut DB,

A 2 ad

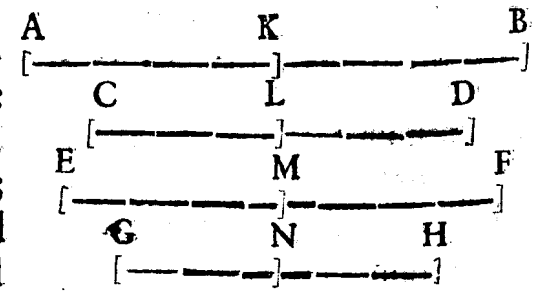
PROPOSITIO II.

Si quatuor magnitudinum sit prima, ad secundam, ut tertia, ad quartam; sitque ablata pars primæ ad ablatam partem secundæ, ut ablata pars tertiæ ad ablatam partem quartæ; et sint partes primæ proportionales partibus secundæ. Erit reliqua pars primæ ad reliquam partem secundæ, ut reliqua pars tertiæ ad reliquam partem quartæ.



ad BL, nempe sumpta communi altitudine GB, ut rectangulum DBG, ad rectangulum LBG. Ergo ex æquali, erit quadratum HL, ad quadratum KL, ut rectangulum GLB, ad rectangulum GBL. At rectangulum GLB, maius est rectangulo GBL. Ergo etiam quadratum HL, maius erit quadrato KL. Sed punctum L, sumptum est arbitrariè. Ergo omnes lineæ ordinatim applicatæ in parabola erunt minores singulis ordinatim applicatis in hyperbola. Quare patet propositum.

SIT ut prima AB, ad secundam CD, sic tertia EF, ad quartam GH; sitque kB, ad LD, ut MF, ad NH: pariter sit ut Ak, ad kB, sic EM, ad MF. Dico etiam AK, esse ad CL, ut EM, ad GN. Quoniam ex hypothesi componendo, est AB, ad Bk, ut EF, ad FM; & ut kB, ad LD, sic MF, ad NH; ergo ex æquali, ut AB, ad LD, sic EF, ad NH. At pariter est ut AB, ad totam CD, sic EF, ad totam GH. Ergo & AB, erit ad reliquam CL, ut EF, ad reliquam GN. Rursum, quoniam conuertendo, est BK, ad kA, ut FM, ad ME. Ergo componendo, & conuertendo, erit Ak, ad AB, ut EM, ad EF. Erat autem ut AB, ad CL, sic EF, ad GN.

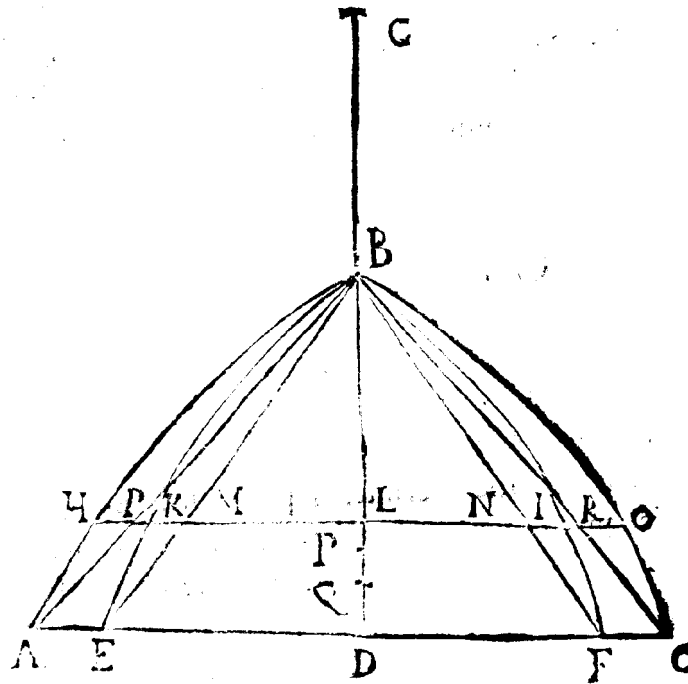


PRO.

partes proportionales, erit æqualis differentie conoideorum.

Sed ex hyperbola ABC , & parabola EBF , intelligantur genita conoidea, in quibus sint inscripti pariter conus ABC , EBF . Dico differentiam conoideorum, nempe excessum conoidis hyperbolici supra conoides parabolicum, æqualem fore differentie conorum. Sumatur in diametro BD , arbitrariè punctum L , per quod agatur planum HO , plano AC , parallelum, secans omnia dicta solida, ut in schemate. Quoniam enim ut quadratum DB , ad quadratum BL , sic est tam quadratum totius AD , ad quadratum totius PL , quam ablatum quadratum ED , ad ablatum quadratum ML : & quadratum DE , est ad rectangulum AEC , ut quadratum LM , ad rectangulum PMR (quia proportiones horum quadratorum ad hæc rectangula componuntur ex iisdem proportionibus, ut facile quilibet modicè in geometria expertus potest agnoscere). Ergo ex proposit. 2. erit ut quadratum DB , ad quadratum BL , sic rectangulum AEC , ad rectangulum PMR . Sed etiam ex proposit. antec. est ut quadratum DB , ad quadratum BL , sic rectangulum AEC , ad rectangulum HkO . Ergo ut rectangulum AEC , ad rectangulum PMR , sic idem rectangulum AEC , ad rectangulum HkO . Ergo rectangulum PMR , erit æquale rectangulo HkO . Quare etiam armilla

circu-



cularis PMR , erit æqualis armillæ circulari HkO . Cum verò punctum L , sumptum sit arbitrariè, sequitur omnes armillas differentie conorum, æquales esse omnibus armillis differentie conoideorum. Ergo & differentia conorum erit æqualis differentie conoideorum.

Sicuti autem probatum est totas illas differentias æquales esse, sic probari potest quaslibet ipsarum partes proportionales item fore æquales. v. g. si intelligatur ductum planum HO , probari potest eodem modo, partem differentie conoideorum con-

B tentam

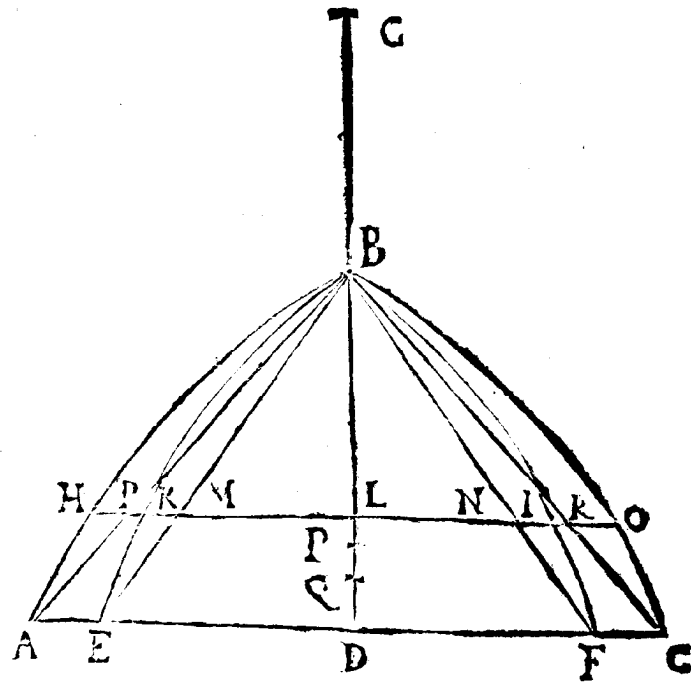
rentiam inter plana HO , AC , æqualem esse parti differentiæ conorum inter eadem plana contentæ; quod cum sit de se euidens, omittitur. Patet ergo differentias conoideorum & conorum, æquales esse inter se, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quod &c.

SCHOLIUM I.

Non turbetur autem lector videns præsentem propositionem probari per indiuisibilem methodum, imo admiretur excellentiam, & vniuersalitatem illius methodi veritatem prodientis etiam illis modis, quibus nequit manifestari methodo antiquorum. Nam in superiori constructione nescimus an methodus antiquorum possit adhiberi, quia in differentijs prædictis nequeunt inscribi cylindri. Quid ergo? Conclusio demonstrata falsa erit, quia per indiuisibilia fuit roborata? Nequaquam. Nam etiam eadem conclusio probari potest methodo antiquorum, sed alia præparatione adhibita, vt patebit suo loco.

SCHOLIUM II.

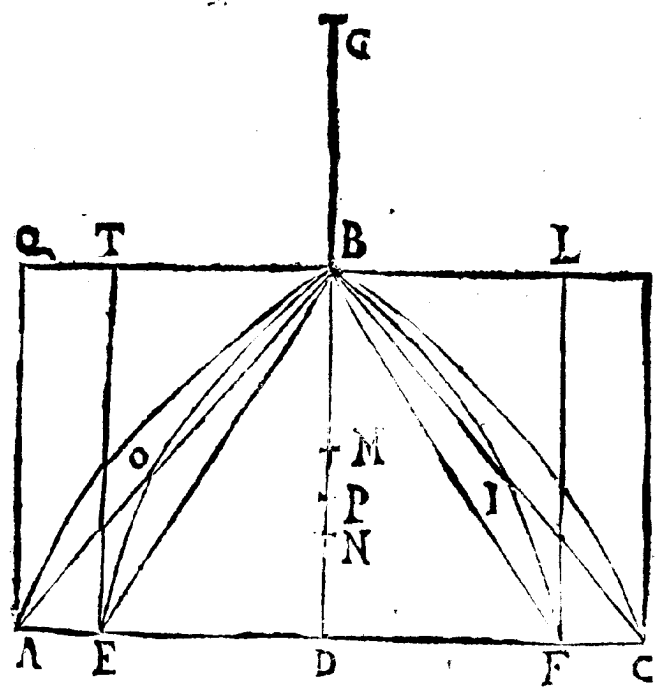
Sed antequam nos expediamus à præsentis propositione, opere pretium ducimus manifestare eas notitias, quas ex ipsa, & ex dictis in nostro lib. 4. de infinitis parabolis possumus eruere. Cum enim excessus



cessus sæpe dicti sint æquales inter se tam secundum totum, quam secundum partes proportionales, sequitur consequenter iuxta doctrinam præcit. 4. lib. esse quantitates proportionaliter analogas tam secundum magnitudinem, quam secundum gravitatem. Quare ex proposit. 13. eiusdem libri, centra gravitatis horum excessuum secabunt BD , eodem pacto. Cum ergo centrum gravitatis differentiæ conorum, quod sit v. g. L , sic secet BD , vt BL , sit tripla LD (nam idem est centrum gravitatis excessus prædicti, & conorum ABC , EBF). Ergo

B 2 etiam

quadratum AD, ad tertiam partem sui; & ad conum EBF, vt idem quadratum AD, ad tertiam partem quadrati ED; sequitur esse ad differentiam conorum vt idem quadratum AD, ad tertiam partem differentia quadratorum AD, DE; nempe ad tertiam partem rectanguli AEC. Cum verò ex hypothesi, sit quadratum AD, ad quadratum ED, vt DG, ad GB; ergo per conuersionem rationis, erit quadratum AD, ad rectangulam AEC, vt GD, ad DB. Et quadratum AD, erit ad tertiam partem rectanguli AEC, vt GD, ad tertiam partem DB. Quare etiam cylindrus QC, erit ad differentiam conorum, & consequenter ad differentiam conoideorum, vt GD, ad tertiam partem DB. Pariter ratio cylindri QC, ad conoides EBF, est eadem cum ratione quadrati AD, ad dimidium quadrati ED. Quia cum sit ad cylindrum TF, vt quadratum AD, ad quadratum ED; & cum conoides EBF, sit dimidium cylindri TF, vt saepe probatum est in nostris lib. de infinit. parab. Ergo cylindrus QC, erit ad conoides EBF, vt quadratum AD, ad dimidium quadrati ED; nempe ex hypothesi, vt DG, ad dimidiam GB. Ergo colligendo consequentia, erit cylindrus QC, ad conoides, & ad differentiam conoideorum, nempe ad conoides hyperbolicum ABC, vt GD, ad dimidiam GB, cum tertia parte BD. Quod erat ostendendum.



PROPOSITIO VI.

In solidis saepe dictis, excessus conoidis hyperbolici supra conum sibi inscriptum est aequalis excessui conoidis parabolici illi inscripti supra conum illi inscriptum, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

Quantum ad totos excessus sic patebit. Cum enim ex proposit. 4. excessus conoideorum sit aequalis excessui conorum, si communis auferatur illa pars, quæ generatur ex reuolutione trilinei mixti AOE,

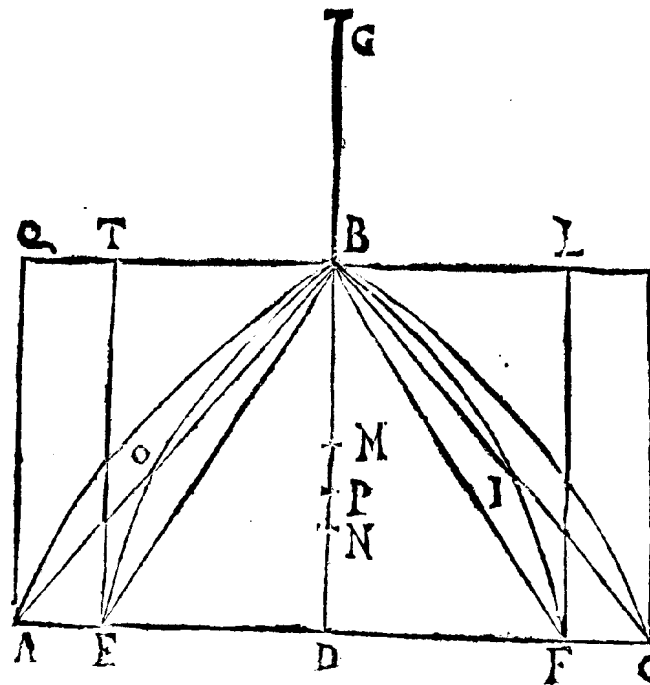
PRO-

BD, est 12, talium PN, erit 1. Cum verò si fiat vt excessus conoidis supra conum ad conum, nempe vt 1, ad 2, sic reciprocè NP, ad PM, sit M, centrum grauitatis excessus prædicti. Sequitur quadratum BD, erat 12, PN, 1, & BP, 8, talium PM, esse 2, & BM, 6. Quare patet propositum.

PROPOSITIO VII.

Cylindrus circumscriptus conoidi hyperbolico est ad ipsum, vt composita ex axi, seu diametro, & ex latere transuerso conoidis, ad dimidium lateris transuersi, vna cum tertia parte axis, seu diametri.

Propositio ergo quinta probatur alio modo. Sint solida prædicta, &c. Dico cylindrum QC, esse ad conoides hyperbolicum ABC, vt GD, ad dimidiam GB, cum tertia parte DB. Cum enim conoides ABC, diuidatur in conum ABC, & in excessum ipsius supra ipsum; sequitur QC, cylindrum esse ad conoides ABC, vt est etiam ad conum ABC, & ad excessum conoidis supra conum. Cylindrus QC, est ad conum ABC, vt quadratum AD, ad sui tertiam partem: & ex schol. ant. est ad excessum conoidis ABC, supra suum conum vt quadratum AD, ad sextam partem quadrati DE. Ergo colligendo ambo consequentia, erit QC, ad conum, & ad excessum, nempe ad conoides ABC, vt quadratum AD, ad sui tertiam partem, vna



vna cum sexta parte quadrati ED. Cum autem ex hypothesi, sit vt quadratum AD, ad quadratum DE, sic DG, ad GB; erit & vt quadratum AD, ad sui tertiam partem, cum sexta parte quadrati ED, sic GD, ad sui tertiam partem cum sexta parte GB. Ergo etiam cylindrus QC, erit ad conoides ABC, vt DG, ad sui tertiam partem (nempe ad tertiam partem ipsarum GB, BD) vna cum sexta parte GB. At tertia pars GB, vna cum sexta parte eiusdem facit dimidiam GB. Ergo QC, erit ad conoides hyperbolicum ABC, vt GD, ad

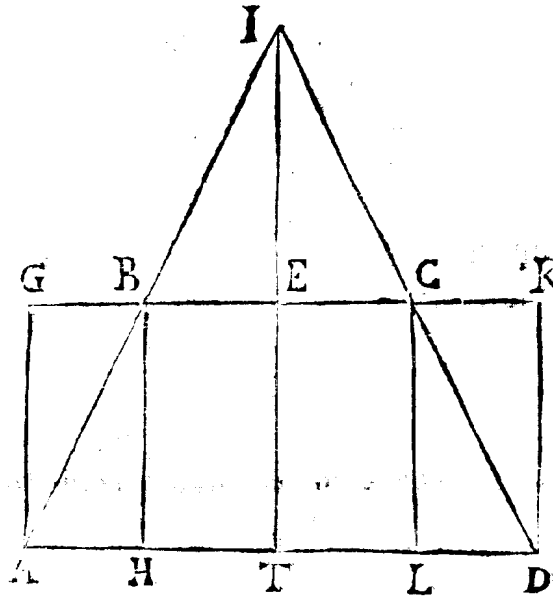
C 2 dimi-

dimidiam GB, cum tertia parte BD. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO VIII.

Si frusto conici cuius opposita plana parallela, circumscribatur cylind. us, & alter inscribatur, cuius basis minor basis frusti, & latera trapezij genitoris frusti producantur usque ad concursum cum diametro. Tubus cylindricus, qui est excessus cylindri circumscripti supra cylindrum inscriptum, erit ad excessum frusti supra cylindrum inscriptum, ut composita ex diametro frusti, & ex dupla intercepta inter minorem basim, & punctum concursus laterum trapezij, ad compositam ex tali intercepta, & ex tertia parte diametri frusti.

FRusto conici ABCD, cuius diameter ET, & opposita plana parallela ad inuicem sint BC, AD, circumscribatur cylindrus GD, & inscribatur HC; & latera AB, DC, producantur usque dum occurrant TE, productæ in I. Dico tubum cylindricum GHCD, esse ad excessum frusti ABCD, supra cylindrum BL, nempe ad solidum genitum ex triangulo ABH, reuoluto circa ET, ut composita ex TE, & ex dupla IE, ad IE, vna cum tertia parte TE. Cum enim cylindrus GD, sit ad cylindrum BL, ut quadratum AT, ad quadratum FH, seu BE; nempe ut quadratum TI, ad quadratum IE. Ergo & per conuersione rationis,



nis, erit GD, ad tubum GHCD, ut quadratum IT, ad excessum ipsius supra quadratum IE; nempe ad duplum rectangulum IET, cum quadrato TE; nempe ad rectangulum sub composita ex dupla IE, & ET, & sub ET. Quare & conuertendo, erit tubus GHK, ad GD, ut prædictum rectangulum ad quadratum IT. Cylindrus GD, est ex dictis in schol. 2. proposit. 15. lib. 2. ad frustum ABCD, ut tripla TI, ad TI, IE, & harum tertiam minorem proportionalem; nempe ducendo has in IT, ut triplum quadratum IT, ad quadratum IT, rectangulum TIE, & rectangulum sub TI, & sub

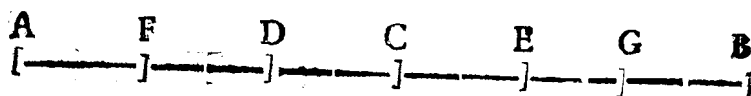
sub tertia proportionali (quod rectangulum est æquale quadrato IE): nempe subtriplando terminos, est GD , ad $ABCD$, ut quadratum TI , ad tertiam partem quadratorum TI , IE , & rectanguli TIE , quæ tertia pars est æqualis quadrato IE , rectangulo $IE T$, & tertiæ parti quadrati TE . At idem cylindrus GD , est ad cylindrum BL , ut quadratum AT , ad quadratum HT , seu BE ; hoc est ut quadratum TI , ad quadratum IE . Ergo idem cylindrus GD , erit ad excessum frusti $ABCD$, supra cylindrum BL , ut quadratum TI , ad rectangulum $IE T$, vna cum tertia parte quadrati TE ; nempe vna cum rectangulo contento sub TE , & sub tertia parte TE . At erat supra tubus GHK , ad cylindrum GD , ut rectangulum sub composita ex dupla IE , & ex ET , & sub TE , ad quadratum IT . Ergo ex æquali, erit tubus Ghk , ad excessum frusti $ABCD$, supra cylindrum BL , ut prædictum rectangulum, ad rectangulum $IE T$, vna cum rectangulo sub TE , & sub tertia parte ET . Quæ duo rectangula cum sint idem ac rectangulum sub composita ex IE , & ex tertia parte ET , & sub TE . Sequitur Ghk , esse ad excessum prædictum, ut rectangulum sub composita ex dupla IE , & ex ET , & sub ET , ad rectangulum sub eadem ET , & sub composita ex IE , & ex tertia parte ET ; nempe propter commune latus ET , ut composita ex dupla IE , & ex ET , ad IE , cum tertia parte ET . Quod erat ostendendum.

PRO-

PROPOSITIO IX.

Si recta AB , sit secta bifariam in C , & in D , E , æque remotè à C , & pariter in F , G , æque remotè à C ; sitque rectangulum AFB , æquale quadrato DC . Erit etiam rectangulum ADB , æquale quadrato FC .

Cum enim rectangulum AFB , diuidatur in rectangulum sub AF , in DB , & in rectangulum AFD , nempe in rectangulum sub FD , in GB . Ergo rectangula AF , DB ; FD , GB , erunt æqualia quadrato DC . Quare addito communi rectangulo FDG . Ergo rectangula AF , DB ; FD , GB ;



FDG , erunt æqualia quadrato DC , & rectangulo FDG ; nempe quadrato FC . At rectangula FDG , & FD , GB , faciunt rectangulum FDB . Quod cum rectangulo AF , DB , facit rectangulum ADB . Quare etiam rectangulum ADB , erit æquale quadrato FC . Quod &c.

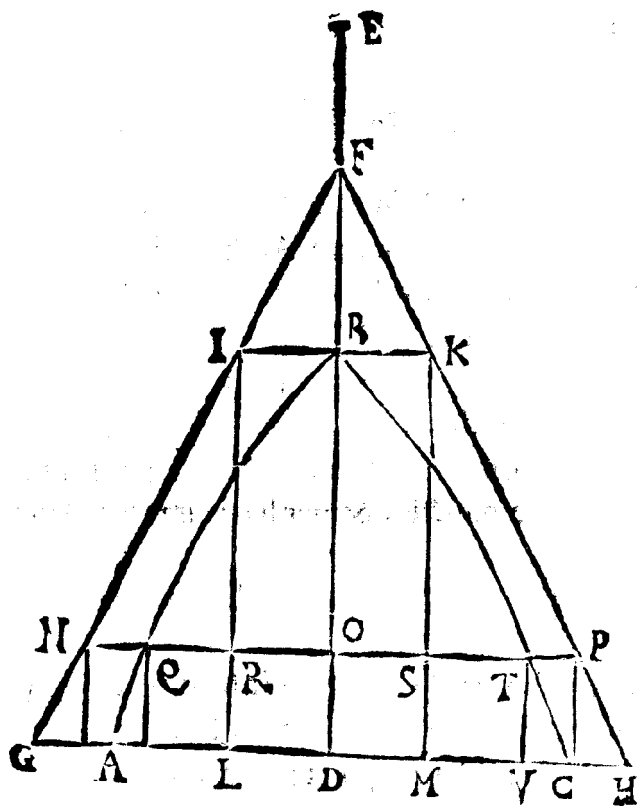
PROPOSITIO X.

Si conoides hyperbolicum includatur intra frustum conicum habens oppositas bases parallelas, & latera trapezij genitoris frusti sint partes asymptoton hyperbolæ genitricis

conoi-

conoidis; intraque frustum conicum, & supra minori basi ipsius inscribatur cylindrus. Erit excessus frusti conici supra cylindrum sibi inscriptum æqualis conoidi hyperbolico, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

Conoides hyperbolicum ABC , cuius diameter DB , latus transuersum EB , centrum F , asymptoti hyperbolæ genitricis FG , FH , intelligatur inclusum intra frustum conicum $GIKH$, cuius opposita plana parallela sint Ik , GH , & in ipso sit inscriptus cylindrus IM . Dico excessum frusti $GikH$, supra cylindrum IM , æqualem esse conoidi ABC , tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Sumatur enim in diametro arbitrariè punctum O , per quod agatur planum NOP , GH , parallelum, secans omnia solida, vt in schemate. Quoniam enim quadratum NO , est æquale tam rectangulo NQP , cum quadrato QO , quam rectangulo NRP , cum quadrato RO . Ergo rectangulum NQP , cum quadrato QO , erit æquale rectangulo NRP , cum quadrato RO . At ex 2. conic. proposit. 10. rectangulum NQP , est æquale quadrato IB , scè quadrato RO . Ergo reliquum rectangulum NRP , erit æquale quadrato QO . Quare etiam armilla circularis NRP , erit æqualis circulo QT . Punctum autem O , sumptum est arbitrariè; ergo omnes Armillæ genitæ ex reuolutione trianguli GIL , circa BD , erunt æquales
omni-



omnibus circulis conoidis ABC , AC , parallelis. Ergo & solidum genitum ex triangulo, nempe excessus frusti $GikH$, supra cylindrum IM , erit æqualis ipsi conoidi ABC . Quod verò ostensum est de totis istis solidis, probaretur etiam de partibus proportionalibus; quia eodem modo probaretur v. g. partem excessus contentam inter plana NP , GH , æqualem esse frusto hyperbolico $AQTC$.
Quare patet prædicta solida æqualia esse tam secundum
D dum

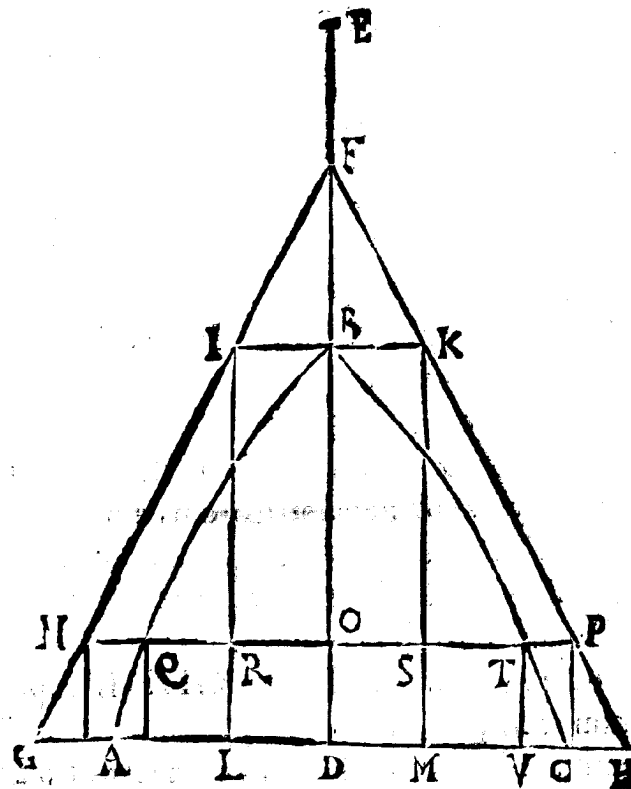
dum totum, quam secundum partes proportionales. Quod &c.

SCHOLIUM I.

Licet hæc propositio ostensa sit per indivisibilia, potest tamen probari modo Archimedeo. Cum enim probatum sit armillam circulearem $NR P$, æqualem esse circulo $Q T$, etiam (si inscribantur) tubus cylindricus $N L P$, inscriptus in excessu frusti conici supra cylindrum, erit æqualis cylindro $Q V$, inscripto in conoide. Si ergo diuidatur $B D$, in quibuscunque punctis, & per hæc agantur plana ut supra, & fiant tubi, & cylindri modo antedicto, facile patebit omnes tubos cylindricos inscriptos in excessu frusti conici supra cylindrum, æquales fore omnibus cylindris in conoide inscriptis. Quare si hæc diuisio fiat per continuam bisectionem $D B$, partiumque eiusdem; quia tam in excessu frusti supra cylindrum, quam in conoide inseribemus solida ab ipsis deficientibus defectu minori quacunque data magnitudine; tandem concludemus excessum prædictum, & conoides esse magnitudines æquales. Hæc autem viris Euclideis, Archimedeisque sunt nimis obuia.

SCHOLIUM II.

Potest ergo consequenter ad superius sæpe dicta, deduci



deduci ex his, excessum prædictum, & conoides hyperbolicum, esse quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in gravitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Vnde si aliquo pacto inuenietur centrum gravitatis, vel totius excessus prædicti, vel partis eius in $B D$; idem erit centrum gravitatis conoidis hyperbolici $A B C$, vel segmenti eiusdem, &c. Idem intelligatur è contra.

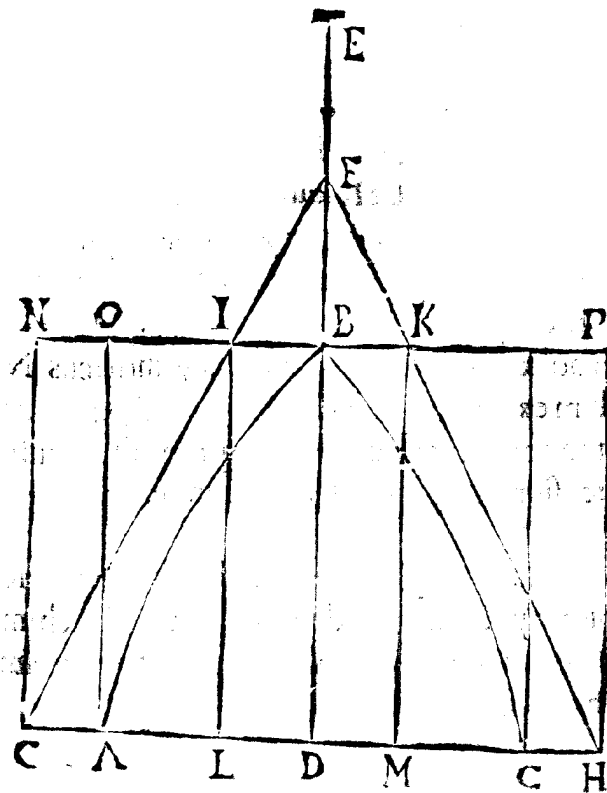
S C H O L I U M III.

Galileus in postremis dialogis pag. apud nos, 28, ostendit paradoxum quoddam; nimirum, circuli circumferentiam aequalem esse puncto. Vt hoc ostendat utitur excessu cylindri supra hemisphaerium, & cono, ut ibidem potest conspici. Sed sicuti vsus fuit excessu cylindri supra hemisphaerium, sic etiam poterat uti excessu cylindri supra hemisphaeroides; eadem enim fuisset demonstratio. Paradoxum Galilei ostendimus & nos in appendice nostri libelli sexaginta problematum geometricorum, adhibendo excessum cylindri supra conoides parabolicum, & ipsum conoides. Hoc idem paradoxum facile ex praesenti proposit. patebit confirmari posse, adhibendo excessum praedictum frusti conii GIKH, supra cylindrum JM, & conoides hyperbolicum ABC. Probatum est enim, ubicunque traiciatur planum NP, plano GH, parallelum, semper armillam NRP, aequalem esse circulo QT; sicuti quamlibet partem excessus aequalem esse proportionali parti conoidis. Cum ergo excessus praedictus desinat in circumferentia circuli cuius diameter Ik, sicuti conoides desinat in puncto B; videtur ergo colligi circumferentiam aequalem esse vertici B.

PRO-

PROPOSITIO XI.

Cylindrus circumscriptus conoidi hyperbolico est ad ipsum, ut composita ex axi, seu diametro, & ex latere transuerso conoidis, ad dimidium lateris transuersi, una cura tertia parte axis, seu diametri.



Conoidi hyperbolico ABC, cuius diameter DB, latus transuersum EB, sit circumscriptus

prus

ptus cylindrus OC . Dico hunc esse ad illud vt ED , ad dimidiam EB , cum tertia parte BD . Sit F , centrum hyperbolæ genitricis, & FG , FH , sint eius asymptoti, & per B , sit ducta IB , parallela GD ; intelligamusque ex reuolutione trapezij $GIBD$, circa BD , genitum esse frustum conicum $GIKH$, cui sit circumscriptus cylindrus NH , & inscriptus IM . Quoniam linea GH , diuisa est secundum conditiones proposit. 9. nam ex proposit. 10. 2. conic. rectangulum GAH , est æquale quadrato IB , seu quadrato LD . Ergo rectangulum GLH , erit æquale quadrato AD . Ergo etiam armilla circularis GLH , quæ est basis tubi cylindrici NLP , erit æqualis circulo AC , basi cylindri OC . Cum ergo ex proposit. anteced. excessus frusti conici $GikH$, supra cylindrum IM , sit æqualis conoidi hyperbolico ABC . Ergo tubus cylindricus NLP , ad illum excessum, & cylindrus OC , ad conoides erunt in eadem ratione. At ex proposit. 8. tubus est ad excessum vt ED , ad FB , cum tertia parte DB . Quare patet propositum.

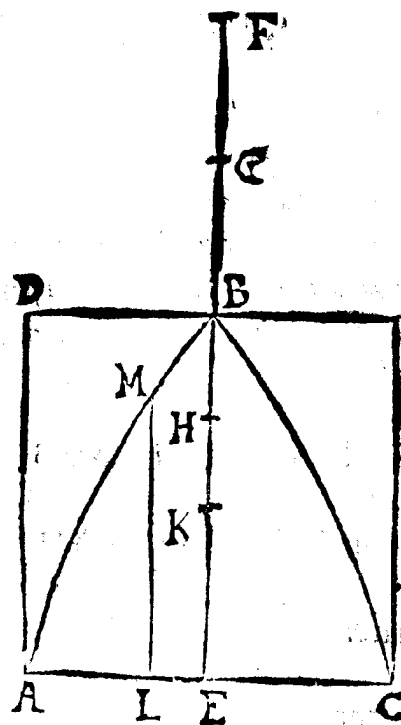
Ostensa ergo proportione cylindri circumscripti conoidi hyperbolico ad ipsum, facile docebimus in qua linea diametro parallela sit centrum grauitatis semihyperbolæ. Sit ergo.

PROPOSITIO XII.

Si fiat vt semihyperbola ad dimidium parallelogrammi sibi circumscripti, sic composita ex semilatere transuerso hyperbolæ, & ex tertia parte axis eiusdem, ad aliam: deinde fiat vt composita ex latere transuerso & ex axi, ad inuentam, sic basis semihyperbolæ ad sui partem abscindendam incipiendo ab axi. Centrum grauitatis semihyperbolæ erit in linea per punctum ducta axi parallela.

Esto hyperbola ABC , cuius axis BE ; centrum G ; latus transuersum FB ; parallelogrammum ei circumscriptum sit DC ; sitque BH , tertia pars BE ; & fiat vt ABE , ad dimidium DE , sic GH , ad Ek ; & pariter fiat vt FE , ad Ek , sic AE , ad EL ; ac per L , ducatur LM , parallela BE . Dico in ML , esse centrum grauitatis semihyperbolæ ABE . Intelligamus DE , cum semihyperbolæ ABE , rotari circa BE . Quoniam ex proposit. 5. 7. & 11. cylindrus DC , est ad conoides ABC , vt FE , ad GH ; & ratio FE , ad GH (de foris sumpta Ek) componitur ex rationibus FE , ad Ek , & huius ad GH . Ergo etiam ratio cylindri ad conoides componetur ex iisdem rationibus. Sed ex schol. 1. proposit. 3. lib. 3. ratio cylindri ad conoides componitur etiam ex ratione dimidij DE , ad ABE , & ex ratione AE , ad interceptam inter EB , & centrum æquilibrij ABE , seu grauitatis duplicatæ ABE ,

ad



ad partes AE ; & supra factum est conuertendo, vt dimidium DE , ad ABE , sic kE , ad GH . Ergo rationes FE , ad Ek , & Ek , ad GH , æquales erunt rationibus Ek , ad GH , & AE , ad prædictam interceptam. Ergo si auferatur communis ratio kE , ad GH ; FE , ad Ek , erit vt AE , ad illam interceptam. Sed ex constructione, vt FE , ad Ek , sic AE , ad EL . Ergo L , erit centrum æquilibrij semihyperbolæ. Et consequenter in LM , erit centrum grauitatis semihyperbolæ. Quid &c.

SCHO-

SCHOLIUM.

Tria autem, quæ collecta sunt in quamplurimis propositionibus lib. 3. colligentur etiam nunc. Nam primò, tam super DE , quam supra ABE , intellectis cylindricis rectis æquealtis resectis diagonaliter plano transeunte per EB , & per latus oppositum ipsi DA , colligentur cubationes amborum truncorum cylindrici super semihyperbola existentis, cum hac tamen diuersitate; quod cubatio trunci sinistri dabitur semota hyperbolæ quadratura; quia sine tali quadratura datur ratio DC , cylindri ad conoides ABC ; secus dicendum de cubatione trunci dexteri, quæ non habetur nisi supposita quadratura. Secundum est (quadratura supposita) ratio cylindri ex DE , circa DA , ad annulum strictum ex semihyperbola ABE , circa DA . Tertium est ratio conoidis, & prædicti solidi ad inuicem, pariter supposita quadratura.

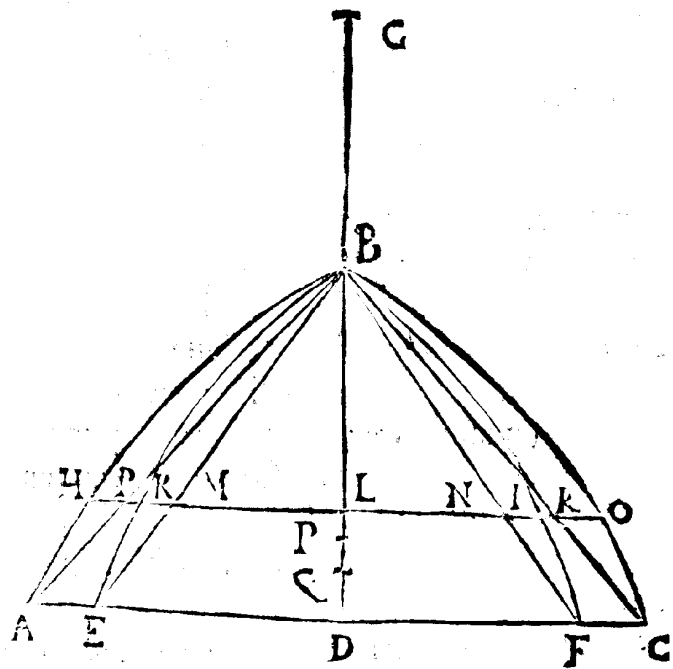
Sed antequam ulterius progrediamur, sicuti pluribus modis patefacta est ratio cylindri circumscripti ad conoides, sic non erit inutile assignare centrum grauitatis conoidis. Sit ergo.

PROPOSITIO XIII.

Centrum grauitatis conoidis hyperbolici sic diuidit diametrum, cumam partem diametri eiusdem ordine quartam à base.

E

si, ut pars propinquior basi, sit ad reliquam, ut dimidium lateris transuersi conoidis, ad tertiam partem sue diametri.



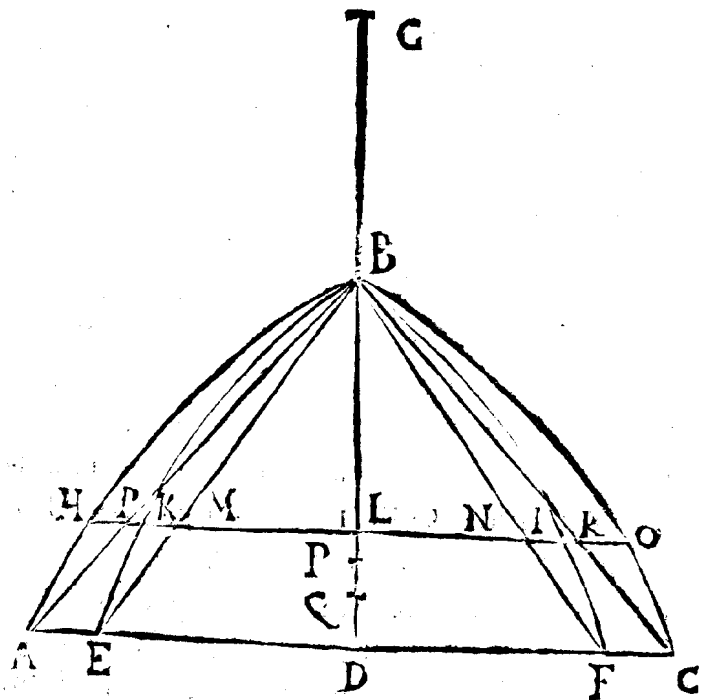
E Sto conoides hyperbolicum quodcunque ABC, cuius axis, seu diameter BD, sic secetur in L, ut BL, sit dupla LD, & sic in Q, ut BQ, sit tripla QD. Ergo sic LQ, erit duodecima pars totius BD, & ordine quarta incipiendo à D. Sit GB, latus transuersum conoidis, & LQ, sic secetur

in P, ut QP, sit ad PL, ut dimidia GB, ad tertiam partem BD. Dico P, esse centrum grauitatis conoidis hyperbolici ABC. Inscribebantur conoides parabolicum EBF, & conus, ut factum est supra. Quoniam ex schol. 2. proposit. 4. Q, est centrum grauitatis tam differentiarum conorum, quam differentiarum conoideorum, & ut ostenditur à multis, & etiam à nobis lib. 4. proposit. 14, L, est centrum grauitatis conoidis parabolici FBF: ergo si LQ, sic diuidatur in P, ut sit recprocè QP, ad PL, ut conoides EBF, ad differentiam conoideorum, erit P, centrū grauitatis totius conoidis hyperbolici ABC. Sed ut conoides EBF, ad differentiam conoideorum, sic dimidia GB, ad tertiam partem DB, ut statim patebit. Ergo patet propositum.

Assumptum vero patet ex dictis. Quia facile patebit conoides EBF, esse ad differentiam conoideorum, seu ad differentiam conorum, ut dimidium quadrati DE, ad tertiam partem rectanguli AEC. Sed cum ex data hypothese, sit diuidendo, & conuertendo, quadratum DE, ad rectangulum AEC, ut GB, ad BD. Erit & ut dimidium quadrati DE, ad tertiam partem rectanguli AEC, sic dimidia GB, ad tertiam partem BD.

SCHOLIUM.

Si quis verò scire cupiat, in qua proportione secetur tota BD, à centro grauitatis P, hoc tali discursu



fu obtinebit. Quoniam enim conuertendo LP, est
 ad PQ, vt tertia pars BD, ad dimidiam GB;
 ergo cum BL, fit octupla LQ, BP, erit ad PQ,
 vt 9. tertiæ partes BD (nempe vt tripla BD) cum
 8. dimidijs GB (nempe cum quadrupla GB) ad
 dimidiam GB. Pariter cum DQ, fit tripla QL;
 erit PQ, ad PD, vt dimidia GB, ad quadruplam
 dimidia GB (nempe ad duplam GB) vna cum
 tribus tertijs partibus BD (nempe cum BD). Er-
 go ex æquali, erit BP, ad PD, vt quadrupla GB,
 vna

vna cum tripla BD, ad duplam GB, cum BD.
 Et subquadruplando terminos, erit BP, ad PD,
 vt GB, cum subfesquitertia BD, ad dimidiam GB,
 cum quarta parte BD.

PROPOSITIO XIV.

*Centrum grauitatis conoidis hyperbolici sic diuidit quartam
 partem diametri eiusdem ordine secundam à basi, vt
 pars propinquior basi sit ad reliquam, vt sexta pars la-
 teris transuersi, ad tertiam partem compositæ ex latere
 transuerso, & ex diametro.*

Sed in schem. anteced. supponat prudens geome-
 tra diametrum BD, secari bifariam in L, &
 LD, bifariam in Q; deinde LQ, sic secari in P,
 vt QP, sit ad PL, vt sexta pars GB, ad tertiam
 partem GD. Dico P, esse centrum grauitatis
 conoidis ABC. Cum enim Q, sit centrum graui-
 tatis coni ABC, & ex schol. proposit. 6. L, sit
 centrum excessus conoidis supra conum; & cum sit
 QP, ad PL, vt sexta pars GB, ad tertiam par-
 tem GD, nempe ex hypothesi, vt sexta pars qua-
 drati D², ad tertiam partem quadrati AD; nem-
 pe ex schol. cit. vt excessus conoidis supra conum ad
 ipsum conum. Ergo ex Archimede in æqueponde-
 rantibus, erit P, centrum grauitatis totius co-
 noidis.

SCHO.

S C H O L I V M.

Modus præfens assignandi centrum grauitatis conuenit cum antecedenti, vt attentè consideranti patebit. Effer etiam alius modus inueniendi tale centrum grauitatis, inuento prius centro grauitatis excessus frusti conici supra cylindrum sibi inscriptum. Ex schol. enim 3. proposit. 10. patet talem excessum, & conoides hyperbolicum, esse quantitates proportionaliter analogas. Centrum verò grauitatis prædicti excessus facile habebitur. Nam ex dictis in lib. 4. totius frusti conici habetur plurius modis centrum grauitatis. Sed habetur etiam centrum grauitatis cylindri in frusto inscripti; habeturque ratio talis cylindri ad excessum frusti supra ipsum. Quare centrum prædicti excessus non ignorabitur. Vice versa tamen, modi reperiendi centrum grauitatis conoidis assignati in duabus proposit. anteced. quadrabunt etiam prædicto excessui.

Sed sicuti in superioribus docuimus in qua linea diametro parallela sit centrum grauitatis semihyperbolæ, sic videtur conueniens docere in qua linea diametro parallela sit centrum grauitatis segmenti semihyperbolæ contenti inter duas lineas basi parallelas. Sed cum inuentioni talis lineæ præmissa sit ratio cylindri circumscripti conoidi ad ipsum conoides, sic in præsentiarum anteponenda videtur ratio cylindri circumscripti segmento conoidis hyperbolicæ

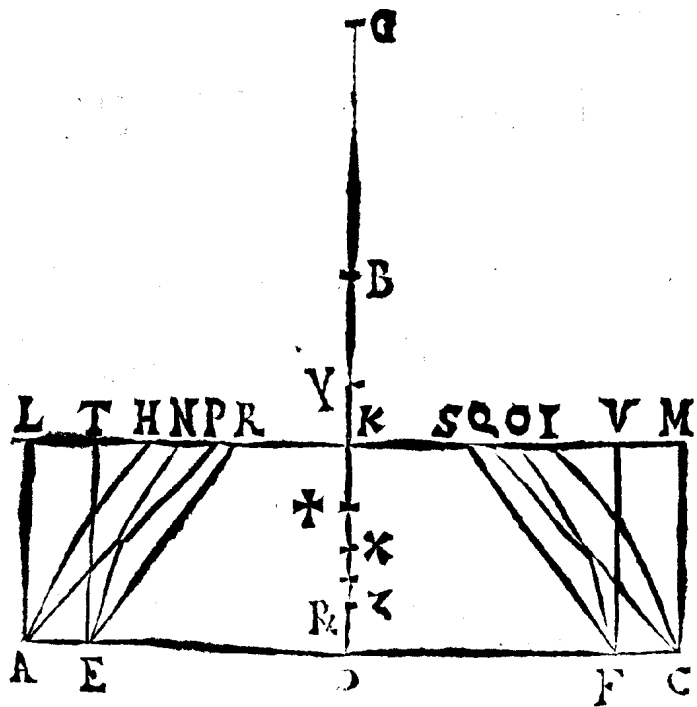
bolici contento inter duo plana basi parallela, ad ipsum.

P R O P O S I T I O X V.

Si segmento conoidis hyperbolici resecti plano basi parallelo, sit circumscriptus cylindrus. Erit hic ad ipsum segmentum, vt rectangulum sub composita ex latere transuerso, & ex diametro conoidis, & sub diametro, ad rectangulum sub eadem composita, & sub diametro conoidis ad verticem, vna cum rectangulo sub composita ex dimidio lateris transuersi, & ex tertia parte diametri frusti, & sub eadem tertia parte.

Conoides hyperbolicum cuius basis AC , vertex B , diameter DB , latus transuersum GB , intelligatur sectum plano HKI , AC , parallelo, & ipsi sit circumscriptus cylindrus LC . Dico hunc esse ad segmentum conoidis, vt rectangulum GDB , ad rectangulum sub GD , in Bk , vna cum rectangulo sub composita ex dimidia GB , & tertia parte Dk , & sub tertia parte Dk .

Segmento $AHIC$, intelligatur inscriptum segmentum $ENOF$, conoidis parabolici cuius vertex B , conditionis supra sæpe expositæ; & in talibus segmentis intelligantur segmenta conorum inscriptorum in integris conoidibus, quæ sint $APQC$, $ERSF$. Quoniam frustum $AHIC$, constat ex frusto parabolico, & ex differentia frustorum cono-

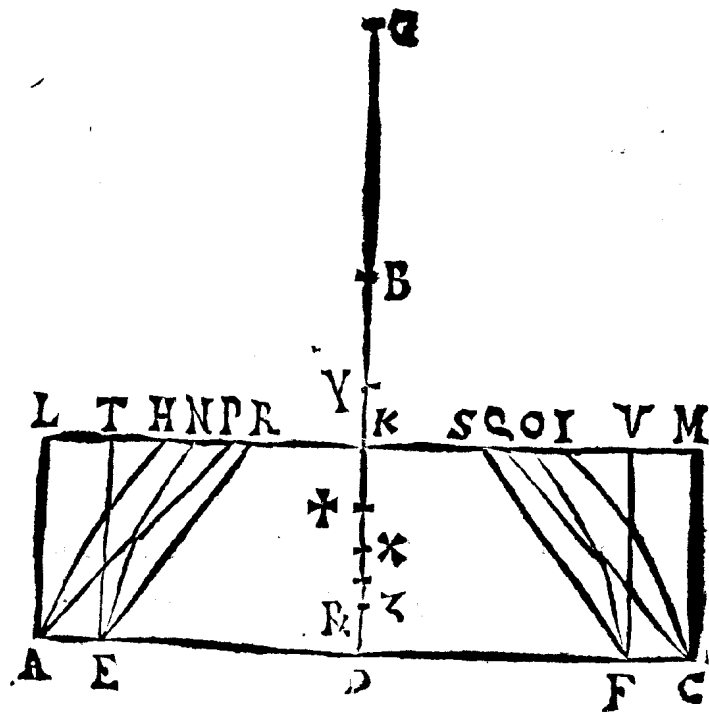


deorum; & ex proposit. 4, differentia frustorum conoideorum est æqualis differentiæ conorum; ergo LC, erit ad frustum AHIC, ut est ad frustum parabolicum, vna cum differentia frustorum conorum. Hanc verò rationem sic venabimur. Cylindrus LC, ad frustum parabolicum ENOF, habet rationem compositam ex ratione cylindri LC, ad cylindrum TF, tali frusto parabolico circumscriptum, & huius ad ipsum frustum: LC, ad TF, est ut quadratum AD, ad quadratum ED; nempe ex hypothese, ut DG, ad GB. Cum autem ex pro-

proposit. 3. lib. 4. sit TF, ad ENOF, ut parallelogrammum TF, ad trapezium ERSF; & cum ex proposit. 8. & 9. lib. prim. sit TF, parallelogrammum ad trapezium ERSF, ut dupla ED, ad ED, cum RK, vel ut dupla DB, ad DB, cum Bk; sequitur cylindrum LC, ad segmentum parabolicum ENOF, habere rationem compositam ex ratione DG, ad GB, & ex ratione duplæ DB, ad DB, cum Bk. Sed ex dictis rationibus componitur quoque ratio dupli rectanguli GDB, ad rectangulum GBD, cum rectangulo GBk. Et ut duplum rectangulum GDB, ad prædicta consequentia, sic triplum rectangulum GDB, ad sexquialterum rectangulorum GBD, GBk. Ergo LC, erit ad segmentum ENOF, ut triplum rectangulum GDB, ad sexquialterum rectangulorum GBD; GBk. Quod seruetur.

Ex proposit. 14, & 15, lib. 2. habemus tam totum cylindrum LC, quam ablatum TF, esse illum ad frustum conicum APQC, hunc verò ad frustum conicum ERSF, ut tripla DB, ad DB, BR, & hæc tertiam minorem continuè proportionalem. Ergo & reliquum ad reliquum erit ut totum ad totum: nempe tubus cylindricus LEM, erit ad differentiam frustorum conorum, ut tripla DB, ad DB, Bk, & illam tertiam proportionalem. Tunc argumentetur sic. Ratio cylindri LC, ad differentiam segmentorum conorum componitur ex ratione LC, ad tubum LEM, & huius ad differentiam segmen-

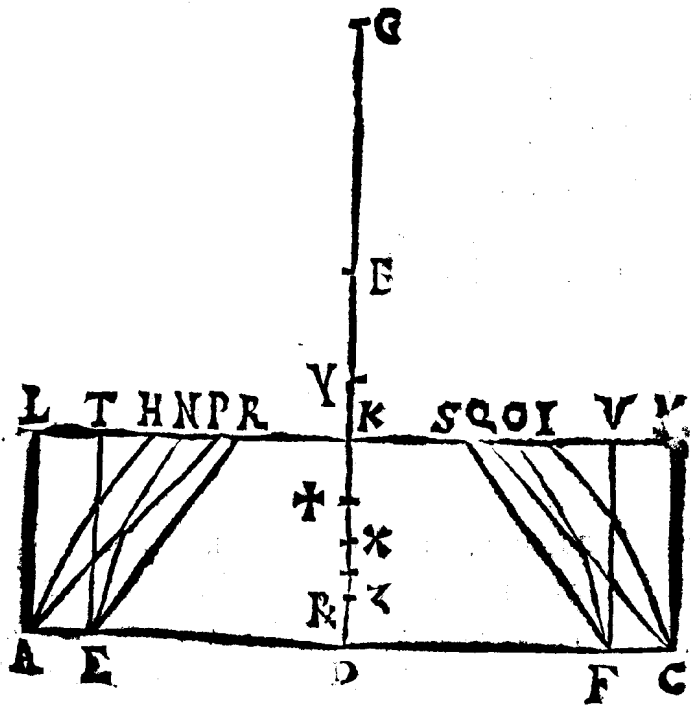
F torum



torum conorum : at LC, ad tubum est vt quadra-
 tum AD, ad rectangulum AEC, nempe ex hy-
 pothesi supposita per conuersionem rationis , vt
 GD, ad DB: tubus autem est ad differentiam fru-
 storum conorum vt tripla DB, ad DB, Bk, & il-
 lam tertiam proportionalem. Ergo ratio LC, ad
 differentiam segmentorum conorum componetur
 quoque ex rationibus GD, ad DB, & triplæ DB,
 ad DB, Bk, & illam tertiam proportionalem. Sed
 ex dictis rationibus componitur etiam ratio tripli
 rectanguli GDB, ad quadratum DB, rectangulum
 DBk,

DBk, & rectangulum sub DB, & sub illa tertia
 proportionali (quod est æquale quadrato medix
 Bk). Ergo LC, erit ad differentiam frustorum co-
 norum, vt triplum rectangulum GDB, ad quadra-
 ta DB, Bk, cum rectangulo DBK; nempe ad tria
 quadrata Bk, cum triplo rectangulo BkD, & cum
 quadrato Dk (, quia quadratum DB, diuiditur
 in quadrata Bk, kD, & in duo rectangula BkD; &
 pariter rectangulum DBk, diuiditur in quadratum
 Bk, & in rectangulum BkD). Cum autem supra
 probatum sit, esse LC, ad frustum ENOF, vt
 idem triplum rectangulum GDB, ad sesquialterum
 rectangulorum GBD, GBk. Ergo colligendo am-
 bo consequentia, erit LC, ad frustum, & ad diffe-
 rentiam frustorum conorum simul, nempe ad fru-
 stum AHIC, vt triplum rectangulum GDB, ad
 triplum quadratum Bk, cum triplo rectangulo
 BkD, cum quadrato KD, & cum sesquialtero re-
 ctangulorum GBD, GBk. Ergo & vt horum pla-
 norum tertiæ partes: nempe LC, erit ad AHIC,
 vt rectangulum GDB, ad quadratum BK, cum
 rectangulo BkD, & cum tertia parte quadrati Dk,
 vna cum dimidio rectangulorum GBD, GBK.
 Cum verò dimidium rectanguli GBD, diuidatur
 in dimidium GBK, & in dimidium GB, KD.
 Ergo dimidium rectangulorum GBD, GBK, erit
 rectangulum GBk, cum dimidio rectanguli GB,
 KD. Si ergo simul iunxerimus rectangulum GBK,
 cum quadrato BK, & cum rectangulo BKD, habe-
 F 2 bimus

S C H O L I U M.



bimus rectangulum GD , Bk . Pariter si simul iunxerimus rectangulum sub dimidia GB , & sub DK , cum tertia parte quadrati DK , nempe cum rectangulo sub DK , & sub tertia parte Dk , habebimus rectangulum sub composita ex dimidia GB , & ex tertia parte Dk , & sub DK . Ergo à primo ad ultimum concludemus, esse LC , ad frustum conoidis hyperbolici $AHIC$, ut rectangulum GDB , ad rectangulum GD , BK , cum rectangulo sub composita ex dimidia GB , & ex tertia parte Dk , & sub DK . Quod erat ostendendum.

SCHO-

Proportionem prædicti cylindri ad illud segmentum hyperbolicum, etiam duobus alijs modis, consequenter ad superius dicta, licet colligere. Cum enim tale segmentum constet ex segmento conici sibi inscripto, & ex excessu supra ipsum; & cum talis excessus sit æqualis excessui segmenti conoidis parabolici supra suum segmentum conicum; & cum ex dictis in ijs, quæ de infinitis parabolis conscripsimus, facile liceat colligere rationem LC , & ad segmentum conicum $APQC$, & ad excessum segmenti conoidis parabolici $ENOF$, supra segmentum conicum $ERSF$: sequitur facile etiam nos obtinere rationem LC , ad segmentum $AHIC$. Pariter si in schemat. proposit. 10. tam segmento v. g. $AQTC$, quam segmento excessus frusti conici $GNPH$, supra cylindrum RM , mente concipiamus circumscribi cylindros; patet ex dictis in eadem propositione, tubum cylindricum cuius basis armilla circularis GLH , altitudo OD , æqualem esse cylindro circumscripto segmento $AQTC$. Pariterque patet excessum frusti $GNPH$, supra cylindrum RM , æqualem esse segmento $AQTC$. Cum ergo ex dictis in opere supra citato, facilissime possimus habere rationem prædicti tubi ad illum excessum supra cylindrum; faciliter etiam habebimus rationem cylindri circumscripti segmento hyperbolico

lico

lico $AQTC$, ad ipsum segmentum. Hæc non continent multum difficultatis, quapropter sufficiat ea lectoribus indicasse.

Sicuti sufficiat ex antecedentibus indicare modum reperiendi in quâ linea parallela Dk , sit centrum grauitatis suppositi segmenti semihyperbolæ $AHkD$. Hoc autem reperiatur ex dictis, si supponatur segmenti $AHKD$, quadratura, nempe ratio, quam habet ad ipsum parallelogrammum LD . Cum enim cylindrus LC , habeat ad segmentum conoidis $AHIC$, ex schol. pri. prop. 3. lib. 3. rationem compositam ex ratione dimidij parallelogrammi LD , ad segmentum $AHkD$, & ex ratione AD , ad interceptam inter D , & centrum æquilibrij segmenti acceptum in AD , hoc est centrum grauitatis duplicati segmenti $AHkD$, ad partes AD ; sequitur, quod si ex proportione cylindri LC , ad segmentum conoidis $AHIC$; nempe ex ratione expressa in præsentî propositione, subtrahatur supposita ratio dimidij parallelogrammi LD , ad segmentum parabolæ $AHkD$, remanebit ratio AD , ad interceptam inter D , & centrum quæsitum.

Hoc puncto inuento, non ignorabimus tria solita, quæ sæpe sæpius deduximus in non paucis propositionibus lib. 3. Nam primo non ignorabimus rationem cylindri ex LD , ad solidum ex segmento $AHKD$, circa LA . Secundo non ignorabimus rationem segmenti $AHIC$, ad solidum prædictum circa AL . Tertio tam supra LD , quam supra $AHKD$,

$AHkD$, intellectis cylindricis rectis æquealtis sectis diagonaliter plano transcunte per Dk , & per latus oppositum ipsi LA , minimè ignorabimus cubationes truncorum cylindrici super $AHkD$, existentis. Hac tamen differentia, quod cubationem trunci sinistri habebimus sine suppositione alicuius quadraturæ; non sic cubationem trunci dexteræ.

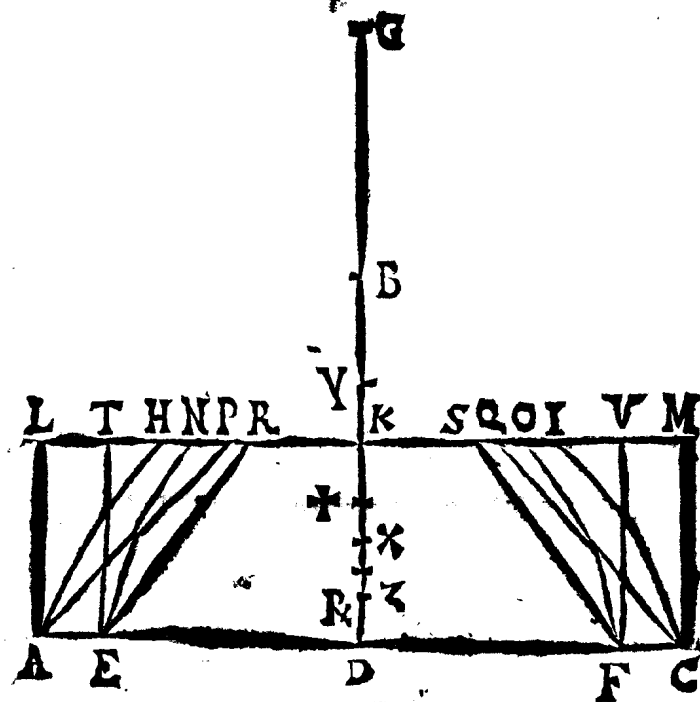
His ostensis non erit inutile ostendere modum inueniendi centrum grauitatis segmenti conoidis hyperbolici $AHIC$. Sed prius ostendatur sequens propositio.

PROPOSITIO XVI.

Differentia supradictorum frustorum conoideorum est ad segmentum conoidis parabolici, vt quadrata axium totius conoidis, & conoidis ad verticem, vna cum re-ctangulo contento sub his axibus, ad sesquialterum re-ctangulorum contentorum sub latere transuerso, & sub prædictis axibus.

Sint ergo segmenta anteced. proposit. Dico differentiam frustorum $AHIC$, $ENOF$, esse ad segmentum parabolicum $ENOF$, vt quadrata DB , Bk , cum re-ctangulo DBk , ad sesquialterum re-ctangulorum GBD , GBK . Differentia enim prædicta ad segmentum $ENOF$, habet rationem compositam ex ratione differentiæ ad tubum cylindricum

dictum LEM ; huius ad cylindrum TF ; & huius ad segmentum $ENOF$. Cum autem differentia frustorum conoideorum sit, ex supradictis, æqualis differentiæ frustorum conorum inscriptorum in ipsis; & cum differentia frustorum conorum sit ad tubum LEM , ut facile potest deduci ex dictis in schol. 4. proposit. 14. lib. 2. ut DB , cum BK , & cum harum tertia minori proportionali ad tres DB . Sequitur etiam differentiam segmentorum conoideorum, esse ad tubum cylindricum LEM , ut DB , BK , & illa tertia proportionalis ad tres DB . Cum verò LEM , tubus sit ad cylindrum TF , ut rectangulum AEC , ad quadratum ED , nempe diuidendo, ex hypothese frequenter vsa, ut DB , ad BG , seu ut tripla DB , ad triplam GB . Ergo ex æquali, erit differentia segmentorum conoideorum ad cylindrum TF , ut DB , Bk , cum illa tertia proportionali ad triplam GB . Cylindrus TF , est ad segmentum $ENOF$, ut dicitur inferius, ut dupla DB , ad DB , cum BK . Ergo à primo ad vltimum, differentia segmentorum conoideorum ad segmentum $ENOF$, habebit rationem compositam ex ratione DB , Bk , & harum tertiæ proportionalis ad triplam BG , & ex ratione duplæ DB , ad DB , Bk . Sed ex dictis rationibus componitur quoque ratio duorum quadratorum BD , duorum rectangulorum DBK , & duorum rectangulorum sub DB , & sub illa tertia proportionali (quæ duo vltima rectangula sunt æqualia duobus quadratis mediæ



mediæ BK), ad tria rectangula GBD , cum tribus rectangulis GBK . Ergo differentia frustorum conoideorum, erit ad segmentum $ENOF$, ut duo quadrata DB , cum duobus rectangulis DBK , & cum duobus quadratis BK , ad tria rectangula GBK , cum tribus rectangulis GBD . Et ut horum terminorum dimidia. Nempe differentia prædicta, erit ad prædictum segmentum, ut quadrata DB , BK , cum rectangulo DBK , ad sesquialterum rectangulorum GBD , GBK . Quod erat ostendendum.

G Quod

50
 Quod verò TF, cylindrus sit ad segmentum ENOF, vt dupla DB, ad DB, BK, patet. Quia ex proposit. 3. lib. 4. cylindrus TF, est ad segmentum conoidis parabolici ENOF, vt parallelogrammum TF, ad trapezium lineare ERSF, At ex proposit. 9. lib. prim. est parallelogrammum ad trapezium vt dupla DB, ad DB, & BK. Quare patet propositum.

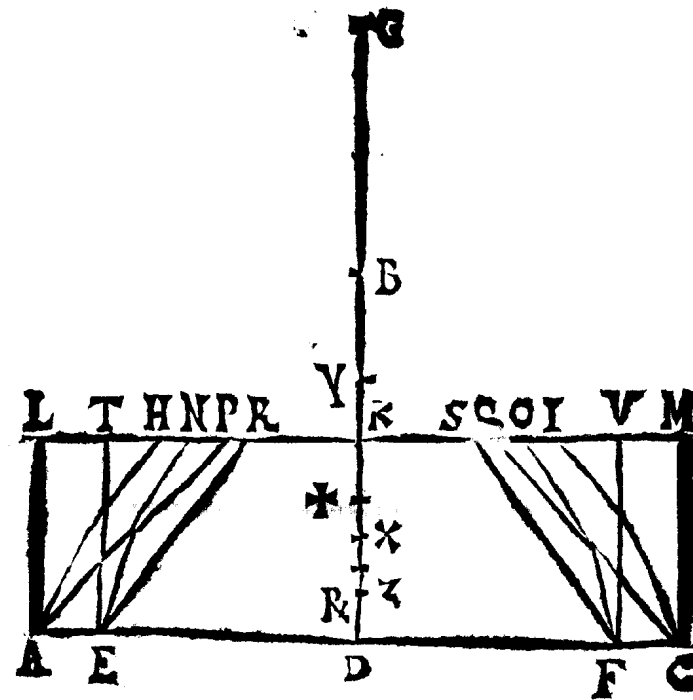
SCHOLIUM.

Ratio autem prædictorum solidorum collecta in supradicta propositione, potest etiam reduci ad minora plana; quia potest reduci ad eam, quam habet rectangulum DBK, cum tertia parte quadrati DK, ad rectangulum GBK, cum dimidio rectanguli GB, KD. Patet quia hæc plana sunt tertiæ partes priorum planorum.

PROPOSITIO XVII.

Segmenti supradicti conoidis hyperbolici centrum grauitatis reperire.

Segmenti conoidis hyperbolici AHIC, centrum grauitatis reperietur sic. Inscriptis solidis vt supra, secetur KD, sic in X, vt KX, sit ad XD, vt duplum quadratum ED, cum quadrato NK, ad duplum quadratum NK, cum quadrato ED,



ED, seu vt dupla DB, cum BK, ad duplam BK, cum BD. Ergo ex schol. proposit. 15. lib 4. erit X, centrum grauitatis frusti conoidis parabolici ENOF. BD, & BK, sic secentur in Y, *, vt BY, sit tripla ipsius YK, & pariter B*, tripla sit ipsius *D: & fiat vt excessus cubi DB, supra cubum BK, ad cubum BK, sic Y*, ad *R. Ergo ex schol. proposit. 18. eiusdem libri erit R, centrum grauitatis differentiaë frustorum conorum; & consequenter ex schol. 2. proposit. 4. huius, erit centrum grauitatis differentiaë frustorum conoideorum. Di-

uidatur ergo $X\mathbb{R}$, in Z , ut sit XZ , ad $Z\mathbb{R}$, ut quadrata $DB, B\mathbb{K}$, cum rectangulo $DB\mathbb{K}$, ad sesquialterum rectangulorum $GBD, G\mathbb{B}k$; seu ut rectangulum $DB\mathbb{K}$, cum tertia parte quadrati Dk , ad rectangulum $G\mathbb{B}k$, cum dimidio rectanguli G^B, kD ; nempe ex proposit. anteced. ut est differentia frustorum conoideorum ad frustum conoidis parabolici $ENOF$. Dico inuentum esse Z , centrum gravitatis frusti conoidis hyperbolici $AHIC$. Cum autem res sit de se euidens ex doctrinis Archimedis in æqueponderantibus, relinquatur considerationi lectoris.

SCHOLIUM.

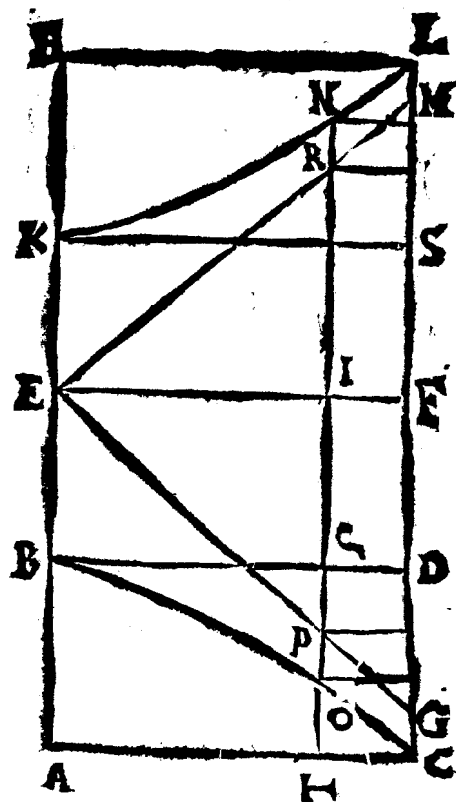
Alij modi ex superioribus non defunt reperiendi tale centrum gravitatis; sed nè lectorem nimis quam par sit defatigemus, ad alia, & noua transeamus; præcipuè ad centrum gravitatis hyperbolæ reperiendum. Quod tamen non reperietur nisi præmissis quibusdam demonstrationibus.

PROPOSITIO XVIII.

Si semihyperbola cum sibi circumscripto parallelogrammo rotetur circa secundam coniugatam diametrum. Annulus latus ortus ex rotatione excessus parallelogrammi supra semihyperbolam, erit æqualis cono ex triangulo, cuius unum latus dimidia secunda diametri, aliud
inter-

intercepta inter secundam diametrum, & asymptotum, reuoluto circa secundam diametrum; & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

ESto semihyperbola ABC , cuius diameter AB ; EB dimidium lateris transversi; centrum E ; asymptotus EG ; secunda diameter EF ; & parallelogrammum AD , semihyperbolæ circumscriptum cum triangulo EEG , rotentur circa EF . Dico anulum latus ortum ex rotatione trilinei mixti CBD , circa EF , æqualem esse cono GEM , & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. ~~Intelligentur oppositæ sectiones ut in schemate, & sumatur arbitrariè in EF , quodlibet punctum I , per quod ducatur ON , parallela LC , secans asymptotum EG , in P . Quadratum IO , est æquale tam rectangulo OPN , cum quadrato PI , quam rectangulo OQN , cum quadrato QI . Ergo rectangulum OPN , cum quadrato PI , erit æquale rectangulo OQN , cum quadrato QI . Sed ex proposit. 11. sec. conic. rectangulum OPN , est æquale quadrato BE , seu quadrato QI . Ergo reliquum rectangulum OQN , erit æquale reliquo quadrato PI . Quare & armilla circularis OQN , erit æqualis circulo PR . Cum vero punctum I , sumptum sit arbitrariè; ergo omnes armille circulares parallele armille CDL , ortæ ex rotatione trilinei CBD , circa EF , erunt æquales omnibus circulis cono GEM . Et consequen-~~



quenter annulus latus ortus ex rotatione illius trilinei circa EF , erit æqualis cono GEM . Quod vero probatum est de totis, patet eodem modo posse probari de partibus proportionalibus; v. g. eodem modo probabimus partem annuli lati ortam ex rotatione trapezium mixti $COQD$, æqualem esse segmento cono $GPRM$. Quare patet solida prædicta æqualia esse inter se tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

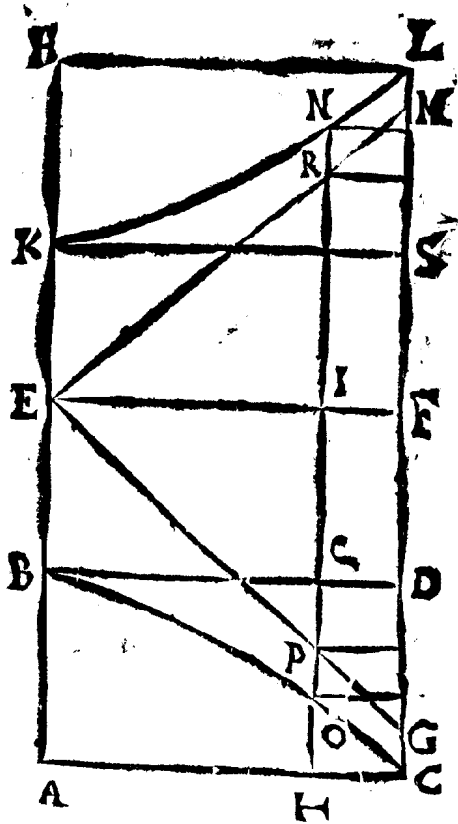
SCHO-

SCHOLIUM I.

Licet autem præfens propositio probata sit per indivisibilia, potest tamen probari etiam modo archimedeo; quia facta constructione ut in schemate, facile patebit tubum cylindricum OLN , inscriptum in annulo, æqualem esse cylindro in cono inscripto. Si ergo diuidatur EF , bifariam, & partes bifariam, & hoc semper, & per puncta diuisionum fiant constructiones similes factæ; patebit faciliter omnes tubos cylindricos inscriptos in annulo, æquales fore omnibus cylindris in cono inscriptis. Quare cum facta hac inscriptione, tam cylindri in cono inscripti, quam tubi in annulo possint deficere à magnitudinibus in quibus inscribuntur magnitudine quacumque data minore; modo archimedeo deducetur, annulum æqualem esse cono.

SCHOLIUM II.

Ex dictis ergo in præfenti proposit. & in lib. 4. de Infin. Parab. possumus deducere, annulum prædictum, & conum GEM , esse quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in gravitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quare cum ex dictis in schol. prim. proposit. 8. eiusdem libri, conus, trilineum parabolicum quadraticum, & excessus cylindri circum-



cumscripti hemisphærio, seù hemisphæroidi sint quatuor magnitudines proportionaliter analogæ: sequitur his etiam associari pro quinta magnitudine annulum latum prædictum. Ex dictis ergo in lib. cit. habebimus, quod centrum grauitatis talis annuli sic secabit EF, vt pars terminata ad E, sit ad partem terminatam ad F, vt 3. ad 1. Pariter si considerabimus quamlibet partem eiusdem annuli resecti plano CL, parallelo, & terminatam ad circum-

lum

lum BEK, v.g. illam, quæ oritur ex rotatione trilinei BOQ circa EF; agnoscemus eius centrum grauitatis secare EI, in eadem ratione. Quia talis pars est proportionaliter analoga cum cono PER. Cum vero etiam pars annuli orta ex rotatione trapezium mixti COQD, sit probata proportionaliter analoga segmento conico GPRM, & cum talis segmenti conici sit in libro cit. pluribus modis inuentum centrum grauitatis; ex dictis ibidem reperiemus in quo puncto IF, sit centrum grauitatis prædicti segmenti annuli.

SCHOLIUM III.

Sed paradoxum Galilei, de quo locuti sumus supra schol. 2. proposit. 10. possumus etiam deducere ex præsentis propositione. Nam etiam ex hac facto concinno discursu, tandem concludemus, circumferentiam BEK, extremitatem annuli, æqualem fore E, vertici conii.

PROPOSITIO XIX.

In schem. anteced. proposit. annulus strictus ex quadrilatero mixto CBEG, circa EF, est æqualis cylindro DK, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

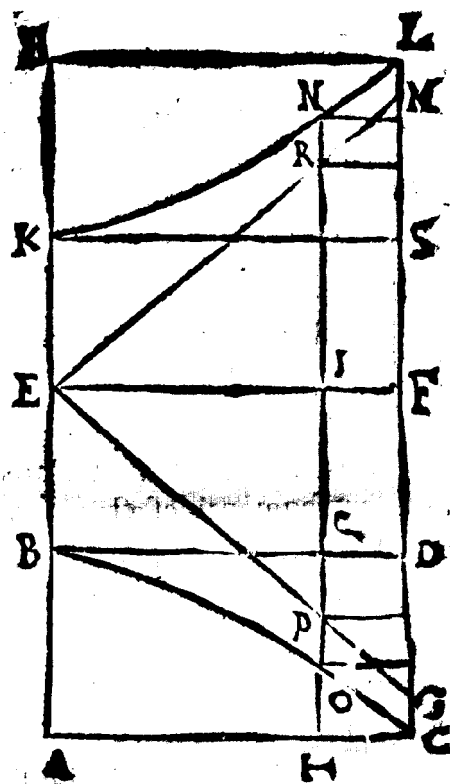
Præter faciliter. Cum enim in anteced. proposit. ostensum sit, annulum latum ex trilineo CBD, H circa

circa EF , æqualem esse cono GEM ; ergo communi addito cylindro KD , erit solidum $CBkL$, æquale cylindro DK , & cono GEM . Quò hinc inde ablato. Ergo solidum $GCBkLM$, erit æquale cylindro kD .

Eodem modo ostendemus æqualitatem partium proportionalium, v. g. partem annuli ortam ex rotatione quadrilateri mixti $COPG$, æqualem esse cylindro QS . Addendo enim cylindrum QS , & auferendo $GPRM$, frustum conicum, patebit propositum.

SCHOLIUM I.

Præfens propositio potuisset immediate probari per indivisibilia independenter ab anteced. proposit. Quia facta constructione ut in anteced. proposit. statim patebit ex proposit. 11.2. Conic. & rectangulum OPN , æquale esse quadrato BE , seu QI ; & armillam circulearem OPN , æqualem pariter fore circulo cuius radius QI . Quare facile patebit & omnes armillas solidi ex quadrilatero mixto $CBE G$, æquales esse omnibus circulis cylindri kD , & ipsum annulum ex quadrilatero mixto, æqualem esse cylindro kD . Maluimus tamen hanc ex antecedenti deducere, ut pauidis geometris non relinquamus vllum locum hæsitandi de certitudine præfentis propositionis; nam adhibita præfenti constructione propositio non probatur nisi per indivisibilia;



lia; quia in annulo ex quadrilatero mixto $CBE G$, nequit fieri inscriptio tuborum cylindricorum, quæ patuit posse fieri in annulo ex trilineo mixto CBD .

SCHOLIUM II.

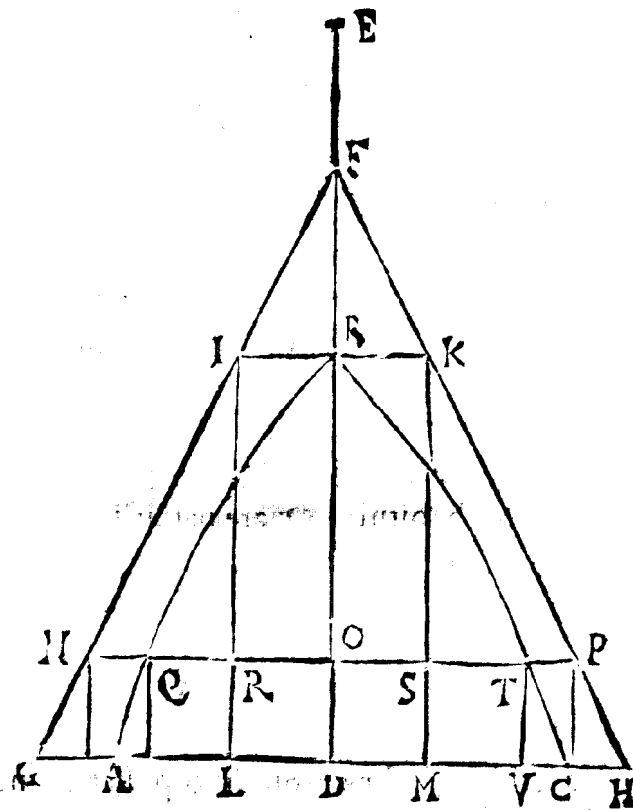
Patet ergo consequenter ad sæpe sæpius repetita, annulum præfatum $GCBkLM$, & cylindrum kD ,

KD, esse quantitates proportionaliter analogas omniquaque: quod etiam intelligendum est, si semihyperbola cum omnibus duplicetur. Annulus ergo prædictus etiam duplicatus ad partes KB, erit corpus sibi simile, admodum quo cylindrus KD, sic duplicatus est corpus sibi simile. Hoc est, quod sicut cylindrus secus planis basibus parallelis, semper secatur in proportione partium axis, sic etiam in tali proportione secabitur talis annulus. Sicuti ergo centrum gravitatis cylindri, cuiuslibetque eius partis contentæ inter plana basibus parallela est in medio axis; sic etiam centrum gravitatis talis annuli, & cuiuslibet eiusdem segmenti resecti plano CL, parallelo, erit vel in medio EF, vel in medio partis EF, correspondentis parti annuli, vel quæ sit altitudo partis annuli. Quæ omnia utique nobis videntur admirabilia, & nescimus an forte corpus huic simile in tota geometria adinueniatur, præter unicum, quod antequam ad ulteriora progrediamur, intelligimus in propositione sequenti explicare.

PROPOSITIO XX.

Ex excessu frusti conici proposit. 10. supra conoides hyperbolicum, est æqualis cylindro super minore basi frusti, & circa diametrum eius: Et hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

Esto



Esto ergo in schemi proposit. 10. frustum conicum GIKH, conoides hyperbolicum sit ABC, cuius axis nproti GF, FH, & sit cylindrus IM, cuius basis IBK, minor basis frusti. Dico excessum frusti conici GIKH, supra conoides ABC, æqualem esse cylindro IM, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. De totis patet. Quia cum ex cit. proposit. 10. excessus GIKH, supra cylindrum IM, sit æqua-

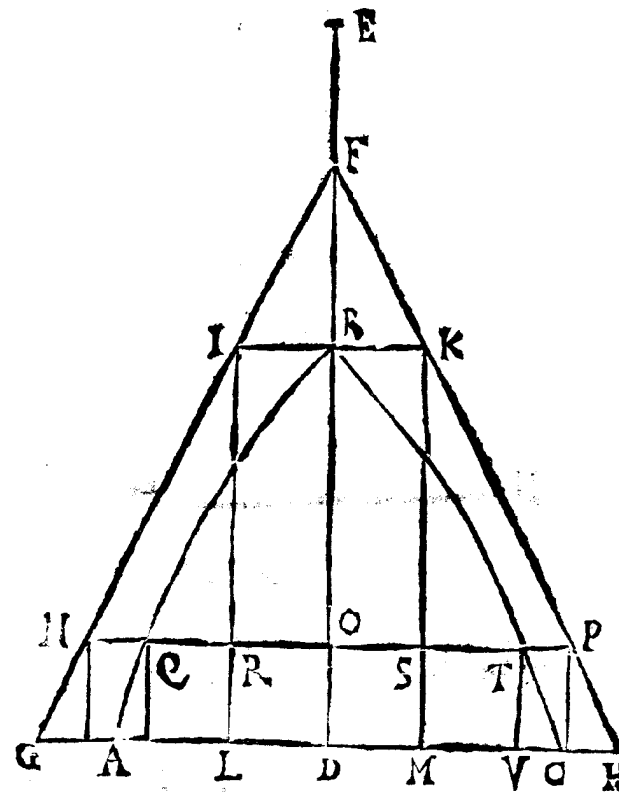
æqualis conoidi ABC; si cylindrus IM, addatur. Ergo excessus cum cylindro, nempe frustum GIkH, erit æquale cylindro, & conoidi simul. Ablato ergo conoide, excessus frusti supra conoides remanebit æqualis cylindro.

Non alio modo ostendetur æqualitas partium proportionalium, v. g. excessum frusti GNPH, supra frustum conoidis AQT C, æqualem esse cylindro RM. Quia ex dictis in præcitata propositio. 10. excessus frusti GNPH, supra cylindrum RM, est æqualis segmento AQT C; addito ergo, vt prius, cylindro RM, & ablato segmento AQT C, intentum probabitur. Quare patuit talia solida æqualia fore tam secundum totum, quam secundum partes.

SCHOLIUM.

Sed etiam præsens propositio posset immediate per indivisibilia ostendi. Sumpto enim arbitrariè puncto O, & acto plano NOP, GH, parallelo. Ex propositio. 10. sec. conic. rectangulum NQP, est æquale quadrato IB, seu quadrato RO. Et consequenter armilla circulari NQP, est æqualis circulo ROS: & omnes armillæ æquales omnibus circulis: & excessus prædictus æqualis cylindro IM. Sed hæc constructione adhibita, demonstratio non reducitur ad medam Archimedeam, quia in prædicto excessu nequeunt inscribi tubi cylindrici.

Pater



Pater ergo excessum prædictum, & cylindrum IM, esse quantitates proportionaliter analogas tam secundum totum, quam secundum partes, tam in magnitudine, quam in gravitate. Insuper patet excessum AGIBkHC, prædictum esse corpus sibi simile vt explicatum est in schol. 2. propositio. ant. Hoc est quod si secetur plano NP, quocunque, GH, parallelo, semper secabitur in ratione partium axis DB. Item centrum gravitatis eius erit in medio DB;

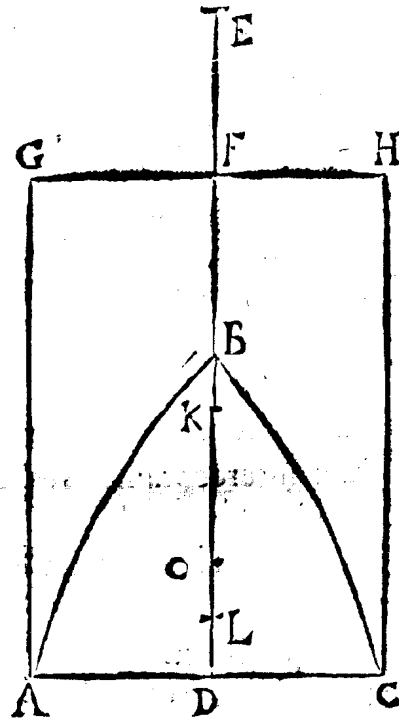
ad quadratum EB, cum tertia parte rectanguli KAB.
 Quod erat ostendendum.

His ostensis adinuenietur centrum grauitatis hyperbolæ sic.

PROPOSITIO XXII.

Si hyperbolæ circumscriptum parallelogrammum intelligatur productum usque ad secundam diametrum, & fiat ut quadratum compositæ ex axi hyperbolæ, & ex dimidia lateris transuersi, ad quadratum dimidia lateris transuersi cum rectangulo sub axi, & sub composita ex axi, & ex latere transuerso, sic composita ex dimidia lateris transuersi, & ex axi, ad aliam: item fiat ut dimidium prædicti parallelogrammi ad excessum totius parallelogrammi supra hyperbolam, sic composita ex axi, & ex dimidia lateris transuersi, ad aliam: tandem fiat ut secunda inuenta ad primam inuentam, sic composita ex axi, & ex dimidia lateris transuersi ad sui partem abscindendam incipiendo à secunda diametro. Erit punctum quod est alter terminus huius abscissa centrum grauitatis excessus parallelogrammi supra hyperbolam.

Esto hyperbola ABC, cuius axis BD; latus transuersum BE; centrum F; secunda diameter GH; & GC, sit parallelogrammum: fiat ut quadratum FD, ad quadratum FB, cum tertia parte



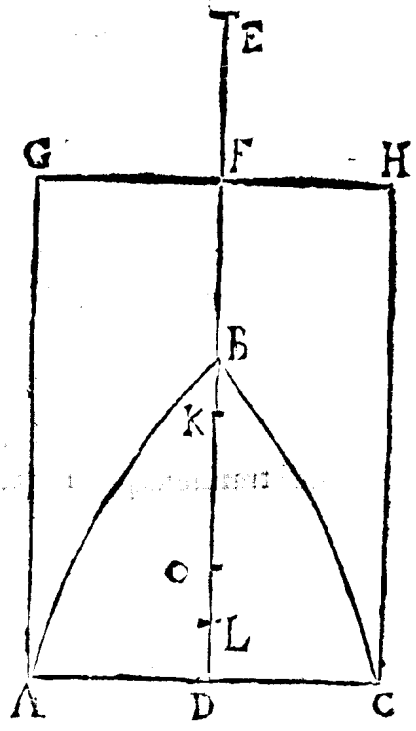
parte rectanguli EDB, sic DF, ad FO: item fiat ut parallelogrammum GD, ad excessum parallelogrammi GC, supra hyperbolam ABC, sic DF, ad FL: tandem fiat ut LF, ad FO, sic DF, ad Fk. Dico punctum k, esse centrum grauitatis figure AGHCB.

Quoniam enim ex proposit. anteced. cylindrus ex GC, circa GH, est ad solidum ex figura AGHCB, circa eandem GH, ut quadratum FD, ad quadratum FB, cum tertia parte rectanguli EDB; nem-

pe ex constructione, vt DF, ad FO; & ratio DF, ad FO (de foris sumpta FL) componitur ex ratione DF, ad FL, & huius ad FO. Ergo etiam ratio cylindri prædicti ex GC, ad solidum ex excessu GC, supra hyperbolam componetur ex iisdem rationibus. At ex schol. prim. proposit. 3. lib. 3. ratio prædicti cylindri ad antedictum solidum componitur etiam ex ratione parallelogrammi GD, ad figuram AGHCB, & ex ratione DF, ad interceptam inter F, & centrum grauitatis figuræ AGHCB. Ergo etiam rationes DF, ad FL, & FL, ad FO, erunt æquales rationibus GD, ad AGHCB, & DF, ad prædictam interceptam. Sed ex constructione, rationes GD, ad AGHCB, & DF, ad FL, sunt æquales. Ergo si hæ rationes auferantur à prædictis, etiam reliquæ erunt æquales. Ergo ratio LF, ad FO, erit æqualis rationi DF, ad interceptam prædictam. Sed factum fuit supra vt LF, ad FO, sic DF, ad Fk. Ergo k, erit centrum grauitatis figuræ AGHCB. Quod erat ostendendum.

SCHOLIUM I.

Inuento autem centro prædicto, facile erit etiam centrum grauitatis hyperbolæ reperire. Si enim supponamus FD, sectam bifariam in O, & supponamus k, esse centrum grauitatis figuræ AGHCB, si fiat vt ABC, ad AGHCB, sic reciprocè k O, ad



ad OL. Erit ex doctrinis Archimedis, L, centrum grauitatis hyperbolæ.

Sed etiam in præfenti est adnotandum, posse colligi tria solita. Nempe rationem solidorum ex AGHCB, figura reuoluta & circa GH, & circa AC, ad inuicem. Cubationem truncorum cylindrici recti super ipsa figura existentis resecti plano diagonaliter transeunte per GH, & per AC, parallelam. Ast cubatio trunci sinistri habetur sine suppositione quadraturæ hyperbolæ, sed cubatio trunci dexteri non habetur

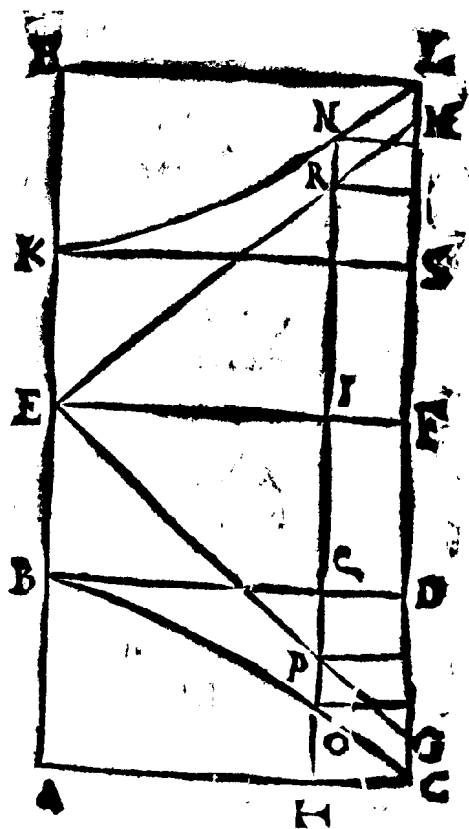
habetur sine tali quadratura; sine qua non habemus nec etiam tertium, nempe rationem cylindri ex GC , circa AC , ad solidum ex figura $AGHCB$, circa eandem AC .

Sed hyperbolæ ABC , intellecto circumscripto parallelogrammo, cum hyperbolæ inuentum sit centrum grauitatis, tria ordinaria colligentur etiam in solidis genitis ex hyperbola. Sed hæc non colligentur nisi supposita ipsius quadratura. Hac ergo supposita habebimus rationem cylindri ex parallelogrammo hyperbolæ circumscripto ad alterutrum solidorum ex ipsa reuoluta siue circa AC , siue circa latus parallelogrammi transiens per B . Item habebimus rationem horum solidorum ad inuicem. Et cubationem truncorum cylindrici recti supra ipsa existentis, resectique plano consueto modo diagonaliter transeunte. Ex quibus patet supposita hyperbolæ quadratura, nos assignasse rationem cylindri circumscripti fuso hyperbolico, ad ipsum; quod pariter alio modo præstitit Bonauentura Caualerius in exercit. 4. proposit. 33.

SCHOLIUM II.

Repertum est ergo centrum grauitatis hyperbolæ, supposita ipsius quadratura, quod nullus (quod sciamus) ante nos tentauit. Sed non modo licet reperire hoc, sed etiam possumus assignare centrum æquilibrij cuiuscunque eius partis constitutæ ex sectione

ctione hyperbolæ linea, vel lineis diametro parallelis; & consequenter centrum grauitatis talis partis duplicatæ. Explicabimus hoc in vna, ex huiusque explicatione lector adnotabit modum in alijs exercendum. Intelligamus in sequenti figura reperire centrum grauitatis portionis TOC , resectæ linea TO , diametro BA , parallela. Quoniam supra in proposit. 19. probatum fuit anulum ex figura mixta $COPG$, æqualem fore cylindro QS ; communi addito frusto conico $GPRM$, totum solidum $CONL$, erit æquale cylindro QS , & frusto $GPRM$. Cum ergo ad modum superiorum possimus reperire rationem, quam habet cylindrus TL , ad cylindrum QS , & ad segmentum conicum $GPRM$, simul; habebimus etiam rationem, quam habet cylindrus TL , ad solidum $CONL$. Hac habita, si ex ipsa subtrahamus rationem, quam habet dimidium IC , suppositam, ad figuram $COIF$; habebimus rationem, quam habet TI , ad interceptam inter I , & centrum æquilibrij figuræ $COIF$, in IT . Et consequenter facile reperiemus centrum æquilibrij talis figuræ. Hoc inuento reperietur etiam centrum æquilibrij portionis hyperbolæ TOC , in TO ; & consequenter centrum grauitatis duplicatæ TOC , ad partes TO . Ex quibus postea reliqua solita dedantur, & colligentur. Hæc ergo, & similia Ic retineantur. Ex quibus paterent ea omnia, quæ ostendit Caualerius in loc. cit. proposit. 36. & alio plura. Sed quia hoc



non reperiuntur nisi ex supposita quadratura, ideo
reliquantur. Sufficit enim nobis lectori indicare
hec nequaquam ignorari à nobis. Sicuti sufficet ip-
si indicare nos posse habere centra grauitatis om-
nium cylindricorum existentium super hyperbola, &
super omnibus ipsius partibus, quarum inuenitur
centrum grauitatis. Erit enim in medio lineæ iun-
gentis centra grauitatis oppositarum basium. Reli-
quis

Etis ergo his, transeamus ad quadrandam parabolam
duobus nouis modis.

PROPOSITIO XXIII.

*Si semihyperbola cum sibi circumscripto parallelogrammo ro-
tetur circa secundam diametrum, Tubus cylindricus
ex parallelogrammo, erit sesquialter annuli lati ex se-
mihyperbola.*

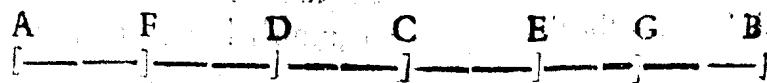
Semihyperbola ABC , cum sibi circumscripto
parallelogrammo AD , rotetur circa EF , se-
cundam diametrum. Dico tubum cylindricum
 ADH , esse sesquialterum annuli lati ex semihy-
perbola ABC , circa EF , reuoluta. Quoniam
tubus CBH , est ad cylindrum AL , vt rectan-
gulum HBA , ad quadratum EA ; nempe vt re-
ctangulum kAB , ad idem quadratum EA ; & cy-
lindrus AL , probatus est esse in proposit. 21. ad so-
lidum $CBkL$, vt quadratum EA , ad quadratum
 EB , cum tertia parte rectanguli kAB ; vnde per
conuersionem rationis, est idem cylindrus AL , ad
annulum ex semihyperbola ABC , circa EF , vt
idem quadratum EA , ad excessum ipsius supra
quadratum EB , & supra tertiam partem rectanguli
 kAB ; ergo ex æquali, erit tubus cylindricus $ADkL$,
ad talem annulum latum, vt rectangulum ABH , ad
predictum excessum. Sed quadratum EA , cum sit
æquale quadrato EB , & rectangulo kAB , excedit

K illa

illa plana duobus tertijs rectanguli kAB . Ergo tubus cylindricus $ADKL$, erit ad prædictum annulum, vt rectangulum KAB , ad duo tertia eiusdem rectanguli; nempe in ratione sesquialtera. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XXIV.

Si recta linea AB , secetur in C , bisariam, & in D , E , æque remotè à C , eodemque modo in F , G . Rectangulum AGB , erit excessus rectanguli AEB , supra rectangulum FEG .



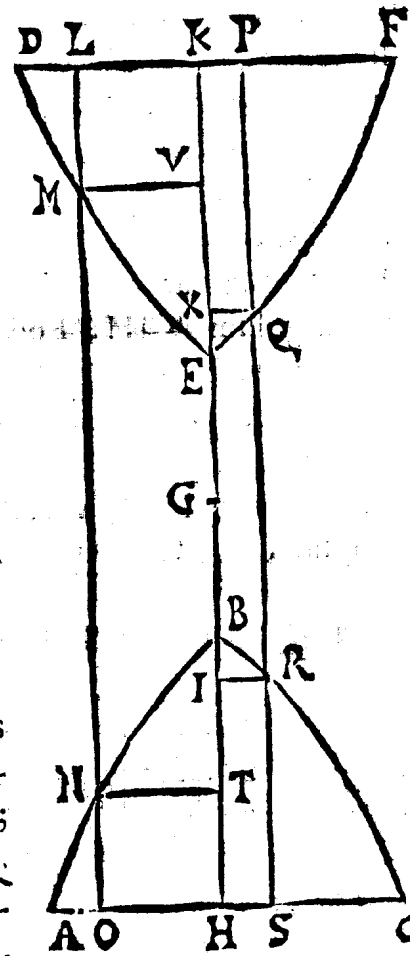
NAm rectangulum AEB , diuiditur in rectangulum AEG , & in rectangulum AF, GB . Pariter rectangulum AEG , diuiditur in rectangulum FEG , & in rectangulum AF, EG , seu BGE , quia AF , ex hypothese, est æqualis GB . Ergo excessus rectanguli AEB , supra rectangulum FEG , est rectangulum AEG , cum rectangulo EGB ; quæ duo rectangula sunt æqualia rectangulo AGB . Quare patet propositum.

PROPOSITIO XXV.

Si in oppositis sectionibus, quæ hyperbole appellantur ducantur lineæ lateri transfuerso parallela, occurrentes æquali-

æqualibus ad diametros applicatis in ambabus hyperbolis. Rectangula sub partibus ipsarum resectarum ab eadem curua hyperbolæ erunt ad inuicem, vt rectangula sub partibus ordinatim applicatæ ab ipsis secta.

Sint oppositæ sectiones hyperbolæ ABC, DEF , quarum latus transfuersum EB , & DF , AC , sint æquales ordinatim applicatæ ad æquales diametros KE, BH , & sint ductæ LO, PS , parallelæ kH . Dico rectangulum LNO , esse ad rectangulum PRS , vt rectangulum AOC , ad rectangulum ASC . Applicentur à punctis N, R, NI, RI , ordinatim ad diametrum; item à punctis M, Q , ordinatim applicentur ad kE, MV, QX . Quoniam enim ex



prim. conic. proposit. 21. rectangulum EHB , ad

k 2 rectan-

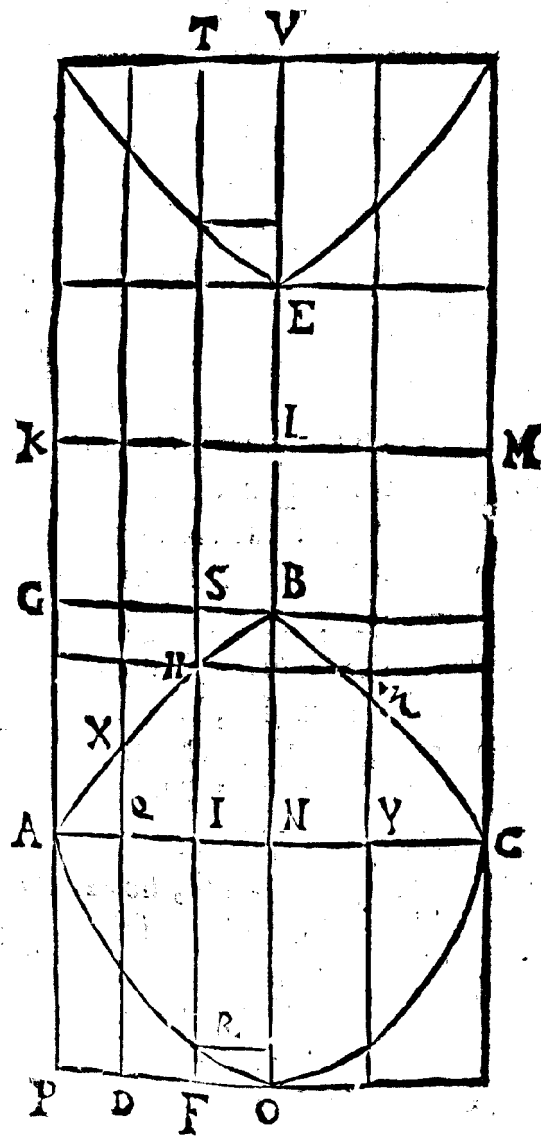
rectangulum ETB , est vt quadratum AH , ad quadratum NT , seu OH ; & rectangulis EBB , ETB , sunt æqualia rectangula KBH , VBT , quia kE , BH , & VE , BT , sunt æquales; ergo erit vt rectangulum KBH , ad rectangulum VBT , sic quadratum AH , ad quadratum HO . Ergo & per conuersionem rationis, erit rectangulum KBH , ad excessum ipsius supra rectangulum VBT ; nempe ex proposit. anteced. ad rectangulum kTH , seu ad ei æquale LNO , vt quadratum AH , ad rectangulum AOC . Et conuertendo, erit rectangulum AOC , ad quadratum AH , vt rectangulum LNO , ad rectangulum KBH . Eodem modo ostendetur esse rectangulum KBH , ad rectangulum PRS , vt quadratum AH , seu HC , ad rectangulum ASC . Quare ex æquali, erit rectangulum LNO , ad rectangulum PRS , vt rectangulum AOC , ad rectangulum ASC . Quod &c.

PROPOSITIO XXVI.

Parallelogrammum circumscriptum parabola quadratica, est ad ipsam, vt tubus cylindricus ex gyratione parallelogrammum circumscripti hyperbole circa secundam coniugatam diametrum, ad annulum latum ex reuolutione hyperbole circa eandem diametrum; & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales; dummodo bases parabola, & hyperbole genitricis annuli proportionally fecentur.

Esto

Esto hyperbola ABC , cuius axis BN , diameter transuersa EB , centrum L , secunda diameter kM , parallelogrammum ei circumscriptum sit GC : pariter sit parabola quadratica AOC , cum sibi circumscripto parallelogrammo PC . Dico tubum cylindricum ex reuolutione CG , circa kM , esse ad annulum latum ex reuolutione ABC , circa eandem kM , vt parallelogrammum PC , ad AOC , parabolam. In AC , communi basi parabola, & hyperbola accipiatur arbitrariè punctum I , per quod agatur FI , parallela OE , secans omnia vt in schemate. Quoniam ex proposit. anteced. rectangulum ANC , est ad rectangulum AIC , vt rectangulum VBN , ad rectangulum THI ; & vt rectangulum VBN , ad rectangulum THI , sic armilla circularis ex BN , reuoluta circa kM , ad armillam circulaarem ex HI , reuoluta circa eandem kM ; ergo vt rectangulum ANC , ad rectangulum AIC , sic armilla circularis VBN , seu TSI , ad armillam circulaarem THI . Sed vt rectangulum ANC , ad rectangulum AIC , sic ex schol. propositionis 22. libri primi NO , seu FI , ad IR . Ergo vt armilla circularis TSI , ad armillam circulaarem THI , sic FI , ad IR . Sed punctum I , sumptum fuit vt cunquē. Ergo vt omnes armillae circulaares parallelae armillae VBN , ex parallelogrammo GC , reuoluto circa kM , ad omnes armillas circulaares parallelas eidem VBN , ex hyperbola ABC , reuoluta circa eandem kM , sic omnes lineae parallelogram-



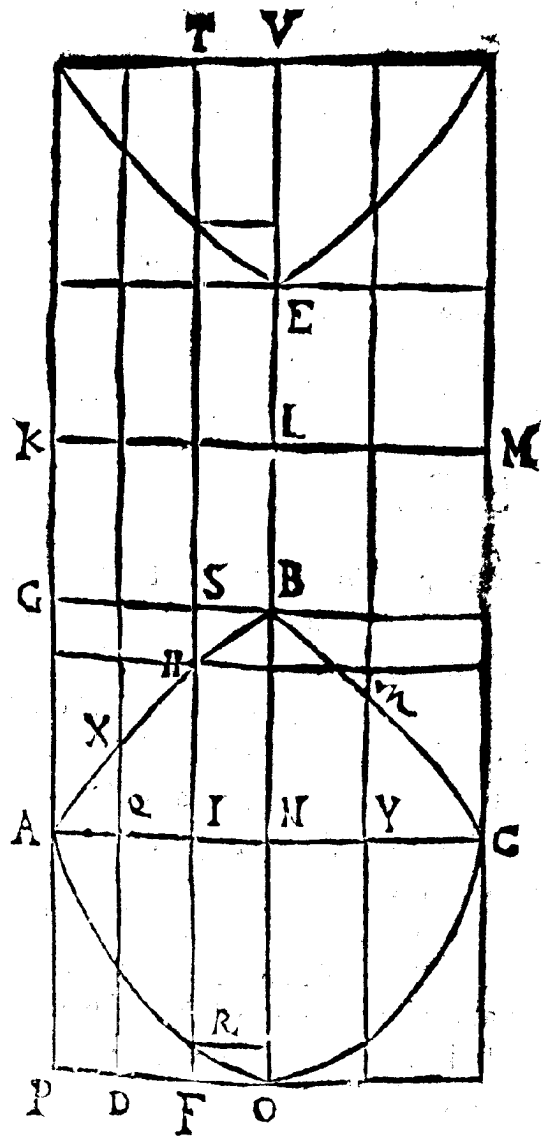
logrammi PC, parallelæ NO, ad omnes lineas parabolaë AOC, parallelas eidem ON. Nempe vt
tubus

tubus cylindricus ad annulum ex hyperbola, sic parallelogrammum PC, ad parabolaë AOC.

Quod autem probatum fuit de totis, patet eodem modo probari posse de partibus proportionalibus; nimirum eodem modo potest probari esse v. g. tubum cylindricum ex parallelogrammo IB, circa KM, ad partem annuli ex segmento hyperbolæ IHBN, circa eandem KM, vt parallelogrammum FN, ad segmentum parabolaë IKON. Quare patet propositum in omnibus, & per omnia.

SCHOLIUM I.

Præsens propositio, quæ probata fuit per indivisibilium methodum breviorè, probari quoque potest per methodum antiquam prolixiorè. Nam cum probatum sit esse armillaë circulaë TSI, ad armillaë circulaë THI, vt FI, ad IR; & cum sit armillaë circulaë TSI, ad armillaë circulaë THI, sic tubus cylindricus ex parallelogrammo SN, circa KM, ad tubum cylindricum ex parallelogrammo HN, circa eandem KM, qui tubus est inscriptus in annulo ex hyperbola; & cum pariter sit vt FI, ad IR, sic parallelogrammum FN, ad parallelogrammum RN, inscriptum in parabola: sequitur vt tubus ex parallelogrammo SN, ad tubum ex parallelogrammo HN, sic esse parallelogrammum FN, ad parallelogrammum RN. Quare si AN, v. g. bissecaretur, & hoc idem fieret de eiusdem partibus,
& in



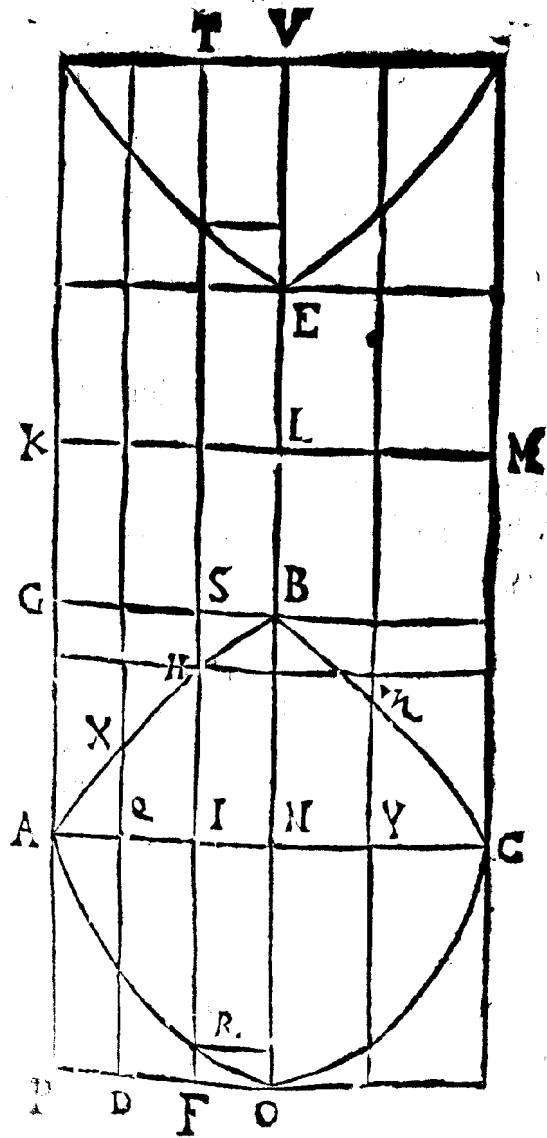
& in hyperbola, & parabola inscriberentur parallelogramma; eodem modo probaremus partes tubi cylin-

cylindrici ex GC, esse ad omnes tubos ex parallelogrammis inscriptis in hyperbola, qui tubi inscribuntur in annulo ex hyperbola, vt partes parallelogrammi PC, ad omnia parallelogramma inscripta in parabola. Cumque, tubi inscripti in annulo ex hyperbola, sicuti parallelogramma inscripta in parabola, per continuatam talem bisectionem possint tandem deficere à magnitudinibus in quibus inscribuntur, defectu, quacunque data magnitudine minori: sequitur tandem modo archimedeo per deductionem ad impossibile posse concludi, tubum cylindricum ex parallelogrammo esse ad annulum latum ex hyperbola, vt parallelogrammum ad parabolam..

Patet ergo ex dictis haberi nouo modo parabolæ quadraticæ quadraturam; nimirum parallelogrammum ei circumscriptum, esse ipsius sesquialterum. Probatum fuit enim in anteced. proposit. tubum cylindricum ex parallelogrammo GC, circa kM, esse sesquialterum annuli lati ex hyperbola circa eandem kM. Sed infra adhibendo aliud solidum hyperbolicum, parabolam alio nouo modo quadrabimus; nunc suggerendæ sunt lectori quamplurimæ nouæ notitiæ geometricæ, quæ ex hac propositione, & ex dictis in lib. de Infin. Par. deducuntur.

SCHOLIUM II.

Deducitur ergo ex dictis, & ad modum superiorum,



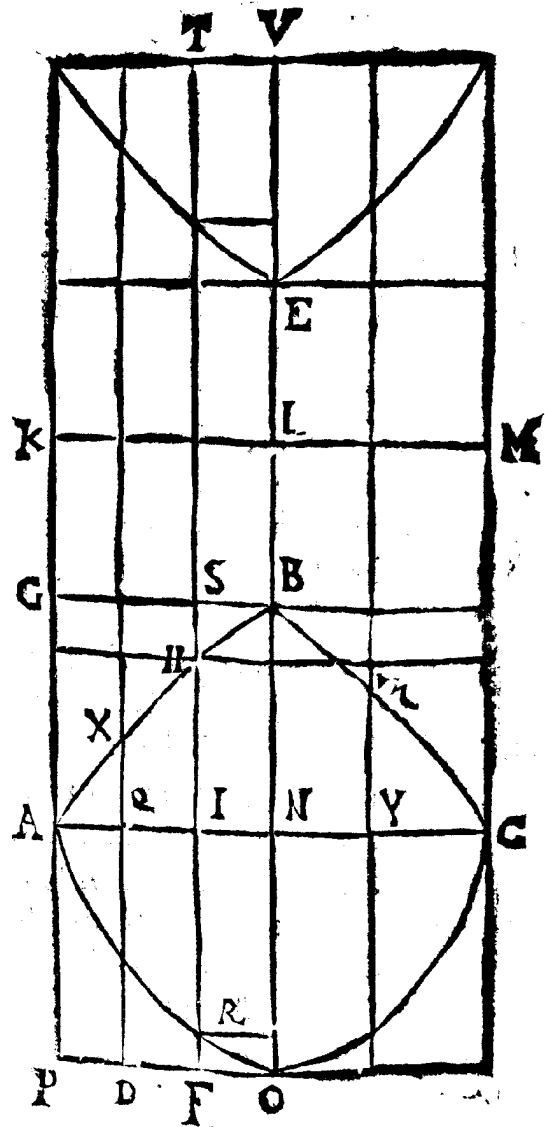
rum, parabolam AOC , & annulum latum prædictum ex hyperbola ABC , esse quantitates proportiona-

tionaliter analogas tam in magnitudine, quam in gravitate; tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quot ergo novæ notitiæ deducantur ex hac doctrina tam circa magnitudinem, quam circa gravitatem talis annuli lati, ex nostro opere cit. vnusquisque potest agnoscere.

Ex proposit. enim 9, lib. pri. n. agnoscat quænam sit ratio, quam habet tubus cylindricus ex GI , ad portionem annuli lati ex portione minori hyperbolæ AHI ; nempe esse ad ipsum vt tres AN , ad excessum ipsarum supra AN , NI , & harum tertiam minorem proportionalem. Vel subtriplando terminos, esse vt AN , ad subsesquialteram AI , cum tertia parte excessus IN , supra illam tertiam proportionalem.

Ex schol. prim. proposit. 10. agnoscat, tubum cylindricum ex parallelogrammo SN , esse ad portionem annuli ex segmento hyperbolæ $IHBN$, vt tripla AN , ad duplam AN , vna cum excessu ipsius supra prædictam tertiam proportionalem. Et subtriplando terminos, esse vt AN , ad AI , cum duobus tertijs IN , & cum tertia parte excessus IN , supra illam tertiam proportionalem. Imo ex schol. 3. cit. proposit. agnoscat, esse eundem tubum cylindricum ad eandem portionem annuli, vt triplum rectangulum TSI , ad duplum rectangulum TSI , cum rectangulo THI . Et subtriplando terminos, vt rectangulum TSI , ad subsesquialterum ipsius, cum tertia parte rectanguli THI .

L 2 Ex



Ex schol. prim. proposit. 12. agnoscat rationem
tubi cylindrici ex parallelogrammo SQ, ad seg-
men-

mentum annuli ex segmento intermedio semihyperbolæ QXHI.

Ex schol. prim. proposit. 13. agnoscat rationem
tubi ex parallelogrammo SC, ad portionem annuli
ex portione maiori hyperbolæ IHBC.

Ex schol. proposit. 14. agnoscat rationem, quam
habet tubus cylindricus ex parallelogrammo SY,
ad segmentum annuli ex segmento intermedio
IHBZY, intercipiente axim BN.

Sed portioni minori hyperbolæ AHI, intellecto
circumscripto parallelogrammo HA, agnoscat ex
proposit. 15. tubum cylindricum ex parallelogram-
mo HA, esse ad portionem annuli ex portione
AHI, vt tripla AN, cum tripla NI, ad duplam
AN, cum vnica NI. Imo ex schol. eiusdem pro-
posit. agnoscat, tubum prædictum esse ad prædictam
annuli portionem, vt IC ad dimidiam IC, cum
sexta parte IA.

Ex scholio proposit. 17. agnoscat rationem tubi
cylindrici ex parallelogrammo HC, ad portionem
annuli ex portione maiori IHBC. Ex eodem schol.
etiam agnoscat talem rationem esse, vt est AI, ad
dimidiam AI, cum sexta parte IC. Quare agno-
scat vniuersaliter, quod tubus cylindricus ex altero
parallelogrammorum HA, HC, ad portionem an-
nuli sibi correspondentem esse, vt basis reliquæ por-
tionis hyperbolæ, ad sui dimidiam, cum sexta parte
basis portionis reuolutæ.

Ex proposit. 18. agnoscat rationem tubi ex paral-
lelo-

lelogrammo HQ , circumscripto segmento intermedio $QXHI$, ad segmentum annuli ex tali segmento intermedio.

Tandem ex schol. proposit. 20. agnoscer rationem segmenti annuli ex segmento $IHBN$, ad portionem annuli ex portione IAH . Quia agnita, non ignorabit rationem portionis annuli ex portione $IHBC$, ad prædictam portionem annuli ex portione AHI .

SCHOLIUM III.

Pariter, cum ut diximus, prædictus annulus latus ex hyperbola sit quantitas proportionaliter analoga etiam in gravitate cum parabola quadratica; ex lib. 3. de Inf. Parab. agnoscer lector centrum gravitatis quamplurium segmentorum prædicti annuli lati.

Ex schol. ergo 2. proposit. 2. agnoscer centrum gravitatis annuli ex semihyperbola ABN , sic secare kL , ut pars terminata ad k , sit ad partem terminatam ad L , ut 5. ad 3.

Ex schol. pri. proposit. 14. agnoscer centrum gravitatis in KL , portionis annuli ex portione minori AHI .

Ex schol. prim. proposit. 16. agnoscer centrum gravitatis segmenti annuli ex segmento $IHBN$. Hoc autem centrum etiam alio modo agnoscer ex dictis in calce eiusdem scholij.

Ex schol. prim. proposit. 17. agnoscer modum reperiendi

perendi centrum gravitatis segmenti annuli ex segmento intermedio $QXHI$. Quod etiam inueniet alio modo expresso in eodem schol. o.

Ex schol. proposit. 19. agnoscer modum reperiendi centrum gravitatis portionis annuli ex portione maiori $IHBC$.

Tandem ex schol. proposit. 21. agnoscer modum reperiendi centrum gravitatis segmenti intermedij annuli ex segmento intermedio $IHBZY$, intercepte axim BN .

Hæ ergo sunt notitiæ geometricæ, quæ deducuntur ex anteced. proposit. Quibus addenda est Quod cum notatum sit in schol. prim. proposit. 8. lib. 4. Parabolam, spheram, spheroides, & excessum cylindri supra duos conos inversè positos, quorum bases oppositæ bases cylindri, vertex verò medium punctum axis, esse magnitudines proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in gravitate; sequi ex dictis, his associari annulum prædictum ex hyperbola.

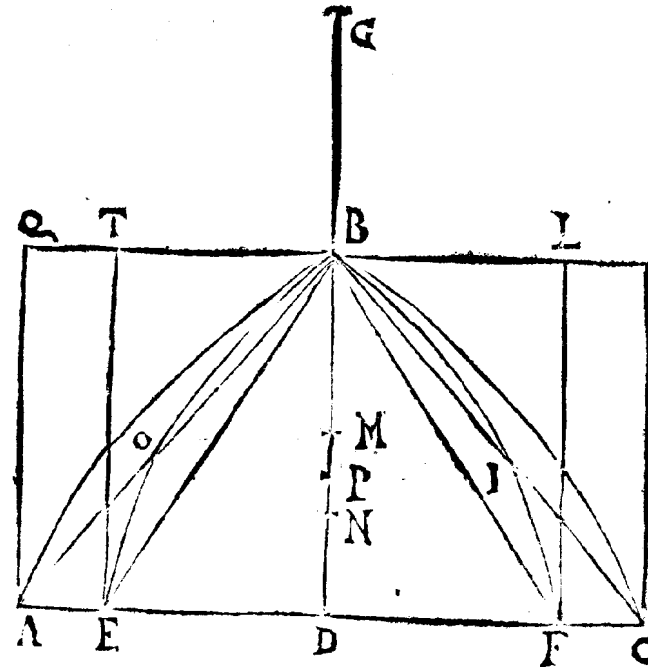
PROPOSITIO XXVII.

In schemata proposit. quinta, excessus cylindri circumscripti conoidi hyperbolico supra cylindrum circumscriptum conoidi parabolico, erit triplus excessus conoidis hyperbolici supra conoides parabolicum.

Conci-

Conoidibus hyperbolico ABC , & parabolico EBF , sunt circumscripti cylindri QC , TF . Dico tubum cylindricum $QELC$, trip'um esse excessus conoidis ABC , supra conoides EBF . Quoniam enim cylindrus QC , est ad cylindrum TF , ut quadratum AD , ad quadratum DE ; nempe ex hypothesi, ut DG , ad GB ; ergo per conuersionem rationis & conuertendo, erit tubus cylindricus $QELC$, ad cylindrum QC , ut BD , ad DG . Sed ex proposit. 5. 7. & 11. cylindrus QC , est ad conoides ABC , ut DG , ad dimidium BG , cum tertia parte DB : ergo ex æquali, erit tubus $QELC$, ad conoides ABC , ut DB , ad dimidiam GB , cum tertia parte DB . Rursum, quoniam diuidendo, est tubus $QELC$, ad cylindrum TF , ut rectangulum AEC , ad quadratum ED , nempe ex hypothesi, ut DB , ad BG , & conoides EBF , est dimidium cylindri TF , ut ostendimus præcipuè in l. b. 2. proposit. 15. Ergo tubus $QELC$, erit ad conoides EBF , ut DB , ad dimidiam GB . Sed erat ad totum conoides ABC , ut eadem DB , ad dimidiam GB , cum tertia parte DB . Ergo $QELC$, erit ad reliquum, nempe ad differentiam conoideorum, ut DB , ad sui tertiam partem; nempe erit triplus talis excessus. Quod erat ostendendum.

ALI-



ALITER.

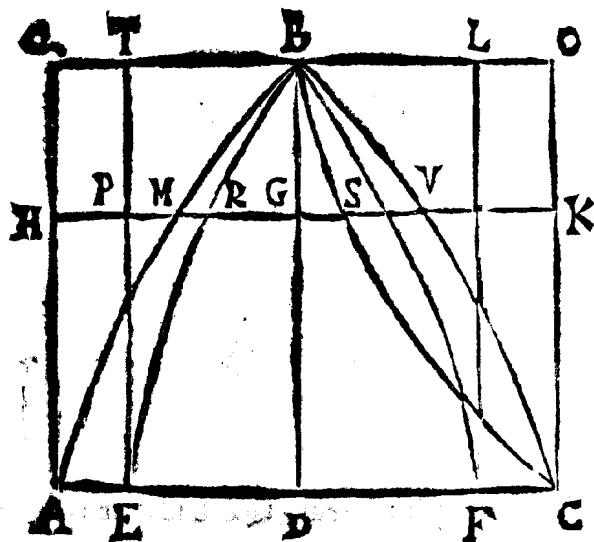
Quoniam tam totus cylindrus QC , est triplus totius cono ABC , quam ablati cylindrus TF est triplus ablati cono EBF (in scriptis prius cono in conoidibus); ergo & reliquus tubus $QELC$, triplus erit reliqui; nempe differentia conoideorum. Sed ex proposit. 4. differentia conoideorum est æqualis differentia conoideorum. Ergo tubus erit etiam triplus differentia conoideorum. Quod &c.

M PRO-

PROPOSITIO XXVIII.

Excessus cylindri circumscripti conoidi hyperbolico supra cylindrum circumscriptum conoidi parabolico saepe explicato, est ad differentiam conoideorum, ut parallelogrammum circumscriptum trilineo quadratico ad ipsum, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales; si diametri trilinei, & conoidis secentur proportionaliter.

Sint ergo conoidea hyperbolicum ABC, & parabolium EBF, ut saepe dictum est, cum circumscriptis cylindris QC, TF, & insuper sit semiparabola BCO, cuius diameter OB, basis OC, & parallelogrammum ei circumscriptum fit DO, adeo ut DBC, fit trilineum quadraticum, cuius diameter DB. Dico tubum cylindricum QELC, esse ad differentiam conoideorum, ut parallelogrammum DO, ad trilineum BDC, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Sumatur in DB, diametro arbitrariè punctum G, per quod in solidis intelligatur transire planum HK, parallelum AC, secans tubum in P, conoides hyperbolicum in M, & parabolium in R: item in parallelogrammo ducatur GK, parallela DC, secans curvam parabolicam in S. Quoniam ex proposit. 3. rectangulum AEC, est ad rectangulum MRV, ut quadratum DB, ad quadratum BG: & ut rectangulum AEC, hoc est rectangulum HPk, ad rectangulum MRV, sic armilla circularis HPk, ad armillam circula-



rem MRV: ergo ut armilla circularis HPk, ad armillam circula-

rem MRV, sic quadratum DB, ad quadratum BG. Sed ex natura parabola quadratica, est etiam ut quadratum DB, ad quadratum BG, sic DC, seu KG, ad GS. Ergo & ut armilla HPk, ad armillam MRV, sic kG, ad GS. Cum verò punctum G, sumptum sit ad libitum; ergo ut omnes armillae tubi cylindrici QELC, parallelae armillae AEC, ad omnes armillas differentiae conoideorum, parallelas AEC, sic omnes lineae parallelogrammi DO, parallelae DC, ad om-

nes lineas trilinei CDB , parallelas itidem DC ; nempe vt tubus ad differentiam, sic parallelogrammum ad trilineum.

Cum vero quod ostensum est de totis, pateat posse eodem modo probari de partibus proportionalibus, ideo patet propositum.

SCHOLIUM I.

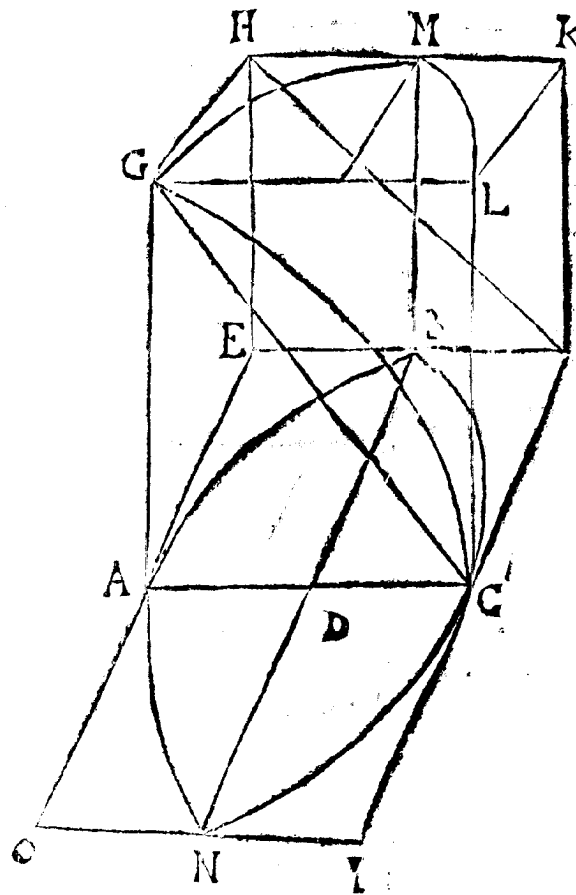
Patet ergo quomodo adhibito etiam alio solido hyperbolico, nempe differentia conoideorum, possimus quadrare parabolam. Cum enim ex proposit. anteced. tubus cylindricus $QELC$, sit triplus differentia conoideorum; etiam parallelogrammum triplum erit trilinei; & consequenter sesquialterum semiparabolæ.

Insuper patet, quod cum in schol. 2. proposit. 18. probatum sit, conum, trilineum quadraticum, excessum cylindri circumscripti hemisphærio, & hemisphæroidi, & excessum tubi cylindrici super annulum latum ex hyperbola circa secundam diametrum, esse quantitates proportionaliter analogas, patet inquam, his pro sexta addi differentiam conoideorum prædictam.

SCHOLIUM II.

In proposit. 11. lib. 2. de Infinit. Parab. cuius schema hic apponimus, probauimus, quod si sint

duæ



duæ quælibet figure ABC , $A EFC$, supra eandem basi AC , & circa communem axim BD ; sintque hæc talis naturæ, vt ipsis duplicatis ad partes AC , hæc euadat communis axis ambarum figurarum; probauimus inquam, intellectis ambabus figuris

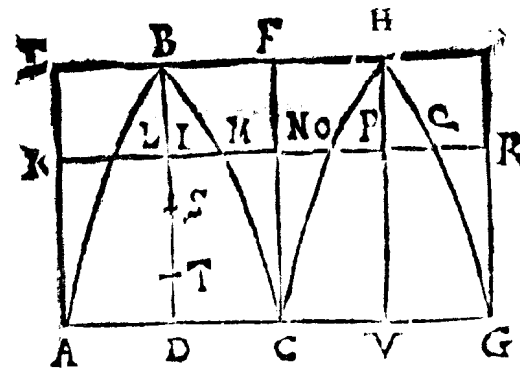
ris

ris gyrari circa parallelam ipsi BD , ductam per punctum C , quæ sit v.g. CF , solidum rotundum ortum ex figura $A E F C$, esse ad solidum rotundum ex figura $A B C$, vt figura $A E F C$, ad figuram $A B C$. Hoc probauimus medijs truncis sinistris cylindricorum rectorum supra figuris existentium, vt loco cit. potest conspici. Ex hac vniuersali propositione deduximus ibidem quamplurima corollaria; quibus potest aggregari, quod si $A B C$, esset hyperbola, & $E C$, esset parallelogrammum ipsam circumscribens, & haberetur quadratura hyperbolæ, nequaquam ignoraretur ratio cylindri ex $E C$, circa CF , ad annulum strictum ex hyperbola $A B C$, circa CF . Verum illa propositio potest vniuersaliter proponi; non solum enim illud verum est; sed etiam verificatur, quod si illæ duæ figuræ rotentur circa parallelam ipsi CF , sed extra figuras ductam, adeo vt ex figuris ciatis generentur annuli lati: nihilominus annulum latum ex $A E F C$, ad annulum latum ex $A B C$, esse vt figura $A E F C$, ad figuram $A B C$. Hoc posset probari medijs iisdem truncis, & hoc pacto liceret ampliare doctrinas de truncis in illo opere expositas; sed de his forsitan aliquando. In presenti probabimus medijs a nostro institutum magis accommodatis, sequentem propositionem vt ex huius cogitatione inquiramus centra grauitatis infinitorum annulorum, vt infra patebit.

PRO.

PROPOSITIO XXIX.

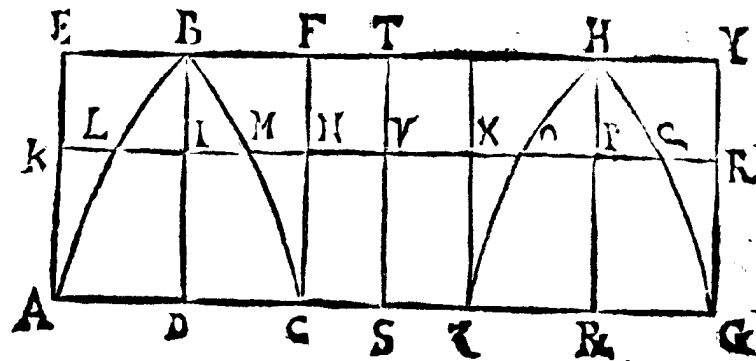
Si super eadem basi & circa eandem diametrum sint qualibet figura & parallelogrammum ipsam ei cuiuslibet. Cylindrus ex parallelogrammo ad solidum ex figura, reuolutis ambobus circa parallelam diametro ductam vel per extremitatem basis, vel extra basim, erit vt parallelogrammum ad figuram.



Super eadem basi AC , & circa eandem diametrum BD , sint qualibet figura ABC , & parallelogrammum EC , ipsam circumscribens & intelligamus an has figuras prius rotari circa FC . Dico cylindrum EG , esse ad solidum ex figura ABC , circa eandem FC , quod sit $ABCHG$, vt EC , ad ABC . Accipiatur in BD , arbitrarè punctum I , per quod intelligantur transire in figuris linea kN , AC , parallela, in solidis verò pla-

planum KN, item AG, parallelum. Quoniam enim vt kN, ad LM, sic (sumpra NR, communi altitudine) rectangulum kNR, ad rectangulum sub LM, & sub NR; & NR, est æqualis MQ, quia MN, est æqualis tam NO, quam QR, vnde etiam rectangulum sub LM, & sub NR, est æquale rectangulo LMQ. Ergo etiam vt kN, ad LM, sic rectangulum kNR, ad rectangulum LMQ. Sed vt rectangulum kNR, ad rectangulum LMQ, sic circulus, kNR, ad armillam circulearem LMQ. Ergo & vt KN, ad LM, sic circulus KNR, ad armillam circulearem LMQ. At punctum I, sumptum est vtcunque. Ergo & vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia. Ergo vt omnes lineæ figuræ EC, AC, parallelæ ad omnes lineas figuræ ABC, item AC, parallelas, sic omnes circuli solidi EG, circulo AG, paralleli ad omnes armillas solidi ABCHG. Ergo & vt figura ad figuram, sic solidum ad solidum.

Sed supponamus figuras prædictas rotari circa ST, positam vltra C, ipsi BD, parallelam, adeo vt ex figuris generentur tubus cylindricus, & annulus latus vt in sequenti schemate. Dico nihilominus esse EC, ad figuram ABC, vt tubus ECY, ad annulum ex figura ABC. Nam accepto vt prius, puncto I, arbitrariè, factisque iidem, concludemus eodem modo esse vt KN, ad LM, sic rectangulum KNR, ad rectangulum LMQ; nempe



pe sic armillam circulearem kNR, ad armillam circulearem LMQ. Quare eodem modo concludemus esse figuram EC, ad figuram ABC, vt solidum ex EC, circa ST, ad solidum ex figura ABC, circa eandem TS. Quod erat ostendendum.

SCHOLIUM

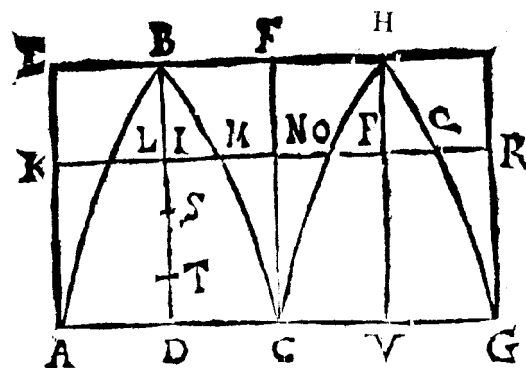
Cum præsens propositio sit proposita in tanta vniuersalitate, adeo vt comprehendat infinitas figuras circa diametrum, & infinitis modis diuersificatas, impossibile videtur posse ipsam ostendi in tali vniuersalitate vnica constructione nisi per indiuisibilia. Modo etiam archimedeo probari potest, sed in casibus particularibus, & constructionibus proprijs, vt quilibet poterit experiri.

Ex hac autem vniuersalissima propositione, ea omnia, quæ sunt deducta in corollarijs proposit. cit. in opere de infinit. parab. circa varia solida annulorum

strictorum ex varijs figuris genitorum, possunt deduci etiam in infinitis solidis annulorum latorum; quæ autem ea sint, inspiciatur ibidem. Nos enim in præfenti non manifestabimus nisi infinitorum annulorum tam strictorum, quam latorum centra gravitatis. Nam facili negotio ex dictis in lib. 4. infinit. parabol. agnoscemus figuras prædictas esse quantitates proportionaliter analogas cum suis annulis, tam strictis, quam latis. V. g. facile agnoscemus figuram ABC , esse quantitatem proportionaliter analogam tam cum annulo stricto $ABCHG$, in prima figura, quam cum annulo lato ex eadem ABC , in secunda figura. Quare etiam duo annuli ex eadem figura, nempe & strictus, & latus erunt quantitates proportionaliter analogæ tam in magnitudine, quam in gravitate. Sequitur ergo nos habere centra gravitatis omnium illorum annulorum tam strictorum, quam latorum, quorum figurarum genitricium supra explicatarum, habemus centrum gravitatis.

Si ergo supponamus ABC , esse parallelogrammum veluti EC , quod rotetur vel circa suum latus FC , vel circa TS , ei paralleli n (quod semper intelligendum erit in dicendis imperitum, ne cogamur idem cum lectorum tedio repetere) centrum gravitatis cylindri, vel tubi cylindrici, secabit FC , vel TS , in ea ratione, in qua secat BD , centrum gravitatis parallelogrammi.

Si verò supponamus ABC , nobis representare infinitas parabolas, habebimus centrum gravitatis infi-



nitatorum annulorum ex ipsis sic secare FC , ut pars terminata ad F , sit ad partem terminatam ad C , in primo annulo ex prima parabola ut 2. ad 1. In sec. ut 3. ad 2. in tertio ut 4. ad 3. & sic in infinitum. Ratio est, quia ex schol. prim. proposit. 2. lib. 2. habemus centrum gravitatis infinitarum parabolarum sic secare BD .

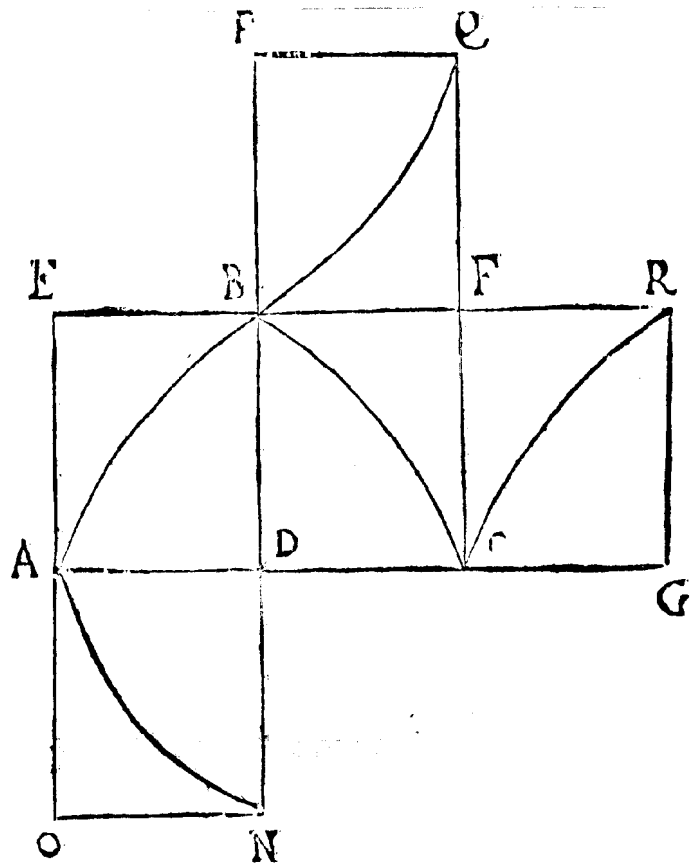
Si autem supponamus ABC , esse quamlibet infinitarum parabolarum, & EC , esse parallelogrammum infinitis parabolis circumscriptum. Habebimus centrum gravitatis infinitorum annulorum ex reuolutione excessuum infinitorum parallelogrammorum supra infinitas parabolas. Hoc autem centrum gravitatis sic secabit FC , ut pars terminata ad F , sit ad partem terminatam ad C , ut numerus annuli unitate auctus, ad triplum numerum annuli unitate auctum. V. g. in primo annulo ut 2. ad 4. In secundo, ut 3. ad 7. In tertio ut 4. ad

10. & sic in infinitum. Ratio est, quia ex schol. proposit. 8. eiusdem libri centrum grauitatis excessus parallelogrammi EC , supra parabolam sic secat ipsam BD .

Sed supponentes ABC , esse vel semicirculum, vel semiellipsem, vel circuli, aut ellipsis portionem, vel etiam hyperbolam. Habebimus centrum grauitatis annulorum talium figurarum, sed supposita figurarum quadratura. Hæc autem patent vera esse partim ex dictis in lib. 3. ubi in proposit. 24. assignauimus centrum grauitatis semicirculi; & in schol. prim. proposit. 25. omnium ipsius portionum; & in proposit. vltima lib. 4. in qua assignauimus centrum grauitatis omnium partium ellipsis; partim ex dictis in proposit. 22. huius, & in scholio eiusdem, ubi assignauimus centrum grauitatis hyperbolæ. Imo si in schemate illius propositionis, intelligamus excessum parallelogrammi GC , supra hyperbolam ABC , rotari vel circa HC , vel circa ipsi parallelam extra parallelogrammum: ex dictis ibidem, agnosceretur centrum grauitatis annulorum genitorum.

Existimantes autem ABC , esse cycloidem primariam; placitis Toricellij in lib. 1. de motu graui schol. proposit. 8. annuentes, intelligemus centrum grauitatis annuli ex cycloide sic secare FC , vt pars terminata ad F , sit ad partem terminatam ad C , vt 7. ad 5.

Sed accipiamus schema sequens, in quo intelligamus semiparabolam BAD , duplicari ad partes
basis

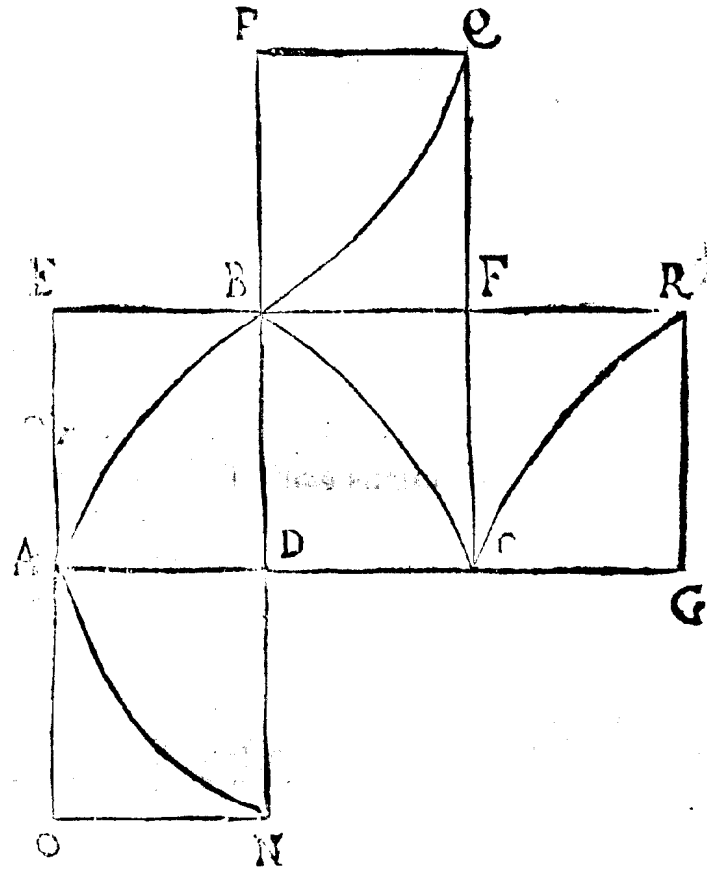


basis AD , adeo vt hæc euadat communis axis duarum semiparabolarum simul coniunctarum, hancque figuram intelligamus rotari vel circa ON , vel circa parallelam AD , extra figuram: centrum grauitatis productorum annulorum ita secabit ON , vel illi parallelam &c. vt pars terminata ad O , sit ad
partem

partem terminatam ad N, vt numerus annuli auctus terminat ad numerum annuli auctum vnitate 2. Nimirum in primo vt 4. ad 2. In sec. vt 5. ad 3. In tertio vt 6. ad 4. & sic in infinitum. Ita enim ex schol. 2. proposit. 2. lib. 3. centrum æquilibrij semiparabolæ ABD, seu centrum grauitatis figuræ NAB, diuidit AD.

Prædictæ autem figuræ circumscripto parallelogrammo EN, & figura constante ex duobus trilineis NOABE, reuoluta prædicto modo: centrum grauitatis solidi geniti sic secabit ON, vt pars terminata ad O, sit ad partem terminatam ad N, vt vnitas ad numerum annuli vnitate auctum. Nempe in primo vt 1. ad 2. In sec: vt 1. ad 3. In tertio vt 1. ad 4. Et sic in infinitum. Ratio est quia centrum grauitatis talium trilineorum simul coniunctorum sic diuidit AD, vt centrum æquilibrij vnus v.g. AEB, diuidit EB. At ex schol. prim. proposit. 2. lib. 3. EB, in prædicta ratione secatur à tali centro æquilibrij. Quare patet propositum.

At si semiparabolæ quælibet intelligatur duplicari ad partes BF, vt figura constans sit CDBQP, & hæc rotetur vel circa DC, vel circa ipsi parallelam. Centrum grauitatis solidi geniti secabit pariter DC, vt pars terminata ad C, sit ad partem terminatam ad D, vt numerus annuli ternario auctus, ad numerum annuli vnitate auctum. Nempe vt 4. ad 2. vt 5. ad 3. &c. Item si trilineum CBQ, sic rotetur; DC, sic secabitur vt pars terminata ad D, sit ad

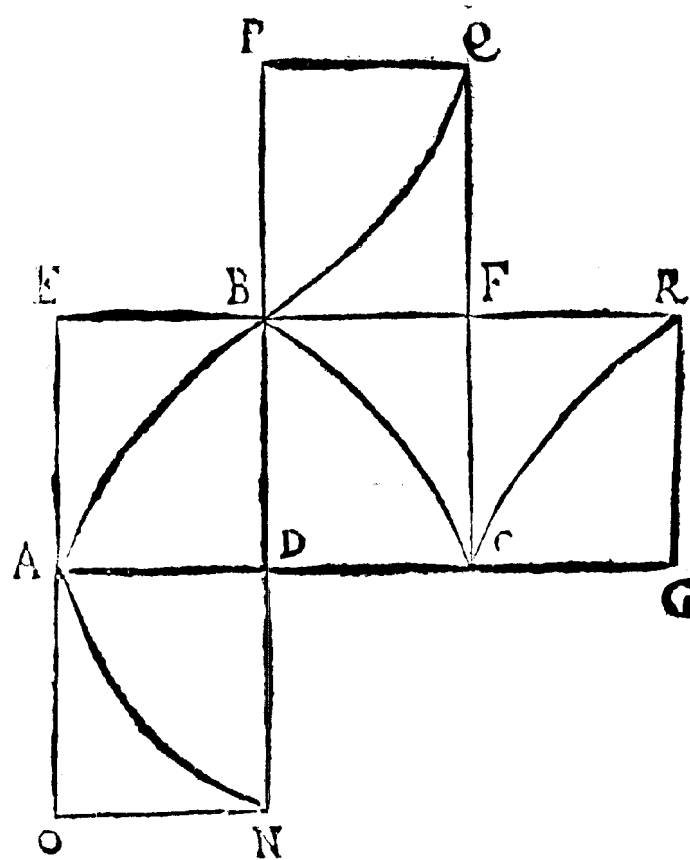


fit ad partem terminatam ad C, vt numerus annuli vnitate auctus, ad vnitatem. Ratio est quia eodem modo secatur AD, à centro grauitatis figuræ NAB, sicuti secatur BF, à centro grauitatis figuræ DCBQP; ita tamen vt homologi termini extremi sint A, & F; D, & B. Item eodem modo

modo secatur AD , à centro grauitatis figuræ $ONABE$, sicuti secatur BF , à centro grauitatis figuræ CBQ ; existentibus pariter homologis punctis extremis $A, F; D, B$.

Cum verò eodem etiam modo secetur BD , à centro grauitatis figuræ ABC , sicuti secatur FC , à centro grauitatis duplicatæ semiparabolæ DBC , in $BDCRG$: pariter cum eodem modo secetur BD , à centro grauitatis trilineorum $AEBFC$, sicuti secatur FC , à centro grauitatis ipsius BCR ; sequitur quod si intelligamus figuram $BDCRG$, rotari circa RG , &c. intelligemus pariter RG , sic diuidi à centro grauitatis geniti solidi, vt pars terminata ad R , sit ad partem terminatam ad G , vt numerus annuli vnitate auctus, ad numerum annuli. Nempe vt 2. ad 1. vt 3. ad 2. &c. Item si intelligamus sic rotari figuram BCR ; RG , sic fecabitur vt pars terminata ad R , sit ad partem terminatam ad G , vt numerus annuli vnitate auctus ad triplum numerum annuli vnitate auctum. Nempe vt 2. ad 4. vt 3. ad 7. vt 4. ad 10. Et sic in infinitum.

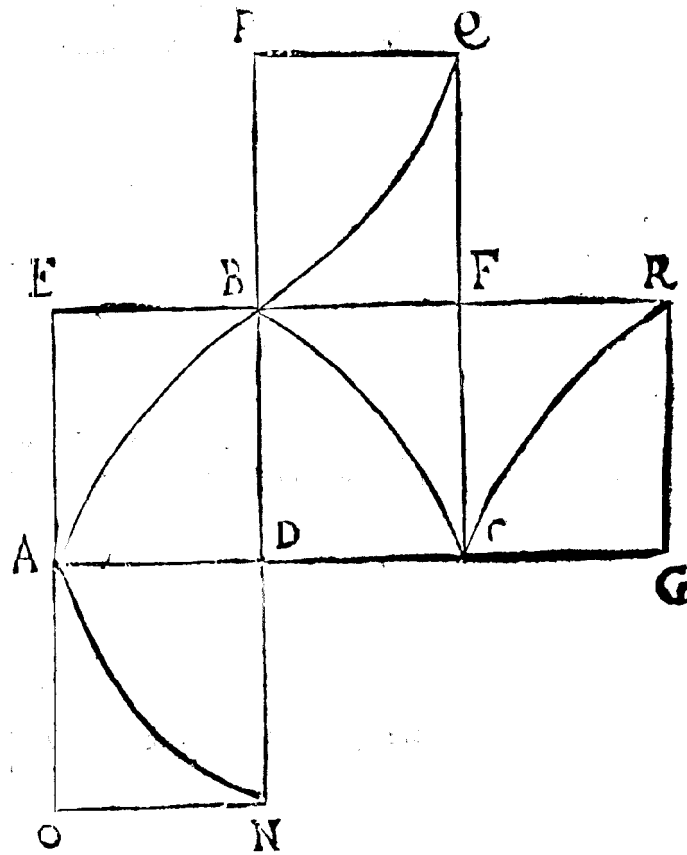
Quæ autem dicta sunt supra de parabola quatuor modis disposita, quantum ad assignationem centro-
rum grauitatis solidorum rotundorum ex ipsa genitorum, patet posse etiam applicari suo modo solidis genitis ex reuolutione portione[m] circuli, & ellipsis, item semihyperbolæ sic dispositarum. Sed quodnam sic tale centrum relinquimus lectori consideran-



derandum. Præcipuè quia centra grauitatis figurarum genitricium non habentur nisi supposita ipsarum figurarum quadratura. Non sic relinquemus considerandum lectori, in quo puncto ipsius FC , vel ipsi parallelæ, sit centrum grauitatis solidi geniti ex excessu parallelogrammi EC , si præsuppositam
O cycloi-

cycloidem primariam ABC , reuoluto vel circa FC , vel circa dictam parallelam: Item in quo puncto ipsius RG , vel ipsi parallelæ sit centrum grauitatis duplicatæ semicycloidis $BDCRG$, ad partes FC : sed admonebimus, centrum grauitatis solidi orti ex reuolutione figuræ $BDCRG$, sic secare dictam RG , vt pars terminata ad R , sit ad partem terminatam ad G , vt 7. ad 5. Ratio est, quia ita diuidit BD , centrum grauitatis cycloidis ABC , sicuti diuidit FC , centrum figuræ $BDCRG$. Item admonebimus, centrum grauitatis solidi orti ex gyratione figuræ $AEBFC$, circa FC , sic secare FC , vt pars terminata ad F , sit ad partem terminatam ad C , vt 1. ad 3. Ratio est quia sic diuidit BD , centrum grauitatis prædictæ figuræ reuolutæ. Nam cum ex Torricellio de dimensione cycloidis, & ex Tacquet in dissertatione de circulorum uolutionibus proposit. 20. demonstratione nunquam satis laudata, constet, $AEBFC$, esse tertiam partem cycloidis ABC ; & cum ex eodem Torricellio supra citato, supponamus centrum grauitatis cycloidis sic secare BD , vt pars terminata ad B sit ad partem terminatam ad D , vt 7. ad 5; & pariter cum medium punctum BD , sit centrum grauitatis totius parallelogrammi EC , nempe centrum grauitatis parallelogrammi relinquat hinc idem 6. partes, quarum BD , supponitur 12; lector in doctrinis Archimedis exercitatus facile agnoscat, centrum grauitatis prædicti excessus sic secare BD , vt pars

ter-

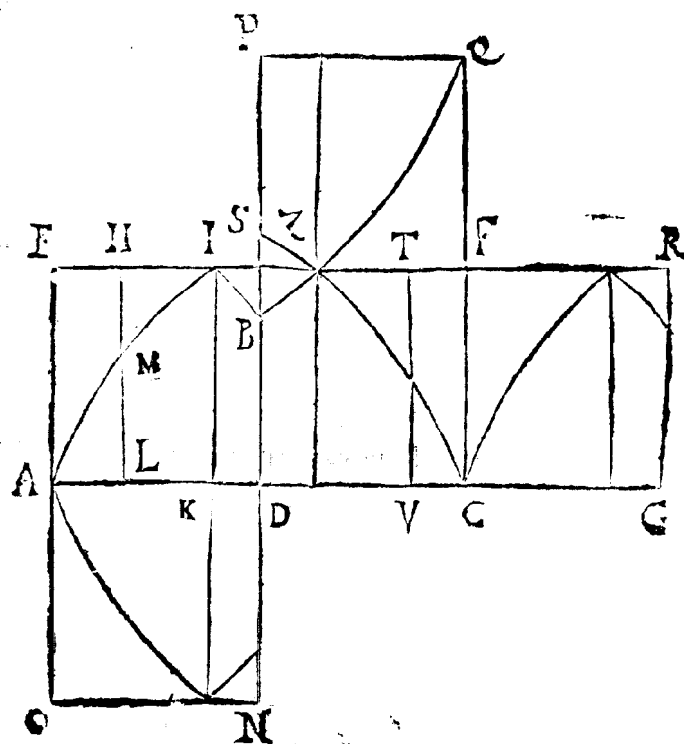


terminata ad B , sit ad partem terminatam ad D , vt 3. ad 9. seu vt 1. ad 3. Lector autem sic eductus facile agnoscat etiam centrum grauitatis figuræ BCR , reuolutæ circa RG , &c. sic secare RG , vt pars terminata ad R , sit ad partem terminatam ad G , vt 1. ad 3.

○ 2 Suppo-

Supponamus autem ABD , esse portionem minorem parabolæ cuiuscunque resectæ linea BD , diametro parallela, adeo ut AD , sit basis talis portionis; & intelligamus portionem ABD , duplicari ad partes BD , adeo ut BD , diametro parallela, euadat axis figuræ ABC ; & intelligamus conueto modo figuram ABC , rotari circa FC , &c. Ex proposit. 15. lib. 3. in qua assignatur centrum æquilibrj portionis ABD , in BD , diametro parallela, & consequenter centrum grauitatis figuræ ABC , habebimus centrum grauitatis talis solidi. Si vero intelligamus figuræ ABC , circumscriptum parallelogrammum EC ; cum excessus ipsius habeamus centrum grauitatis, quia habemus centrum grauitatis & parallelogrammi, & portionis, & ex proposit. 15. lib. pri. habemus rationem parallelogrammi ad figuram, & consequenter illius excessus ad figuram; habebimus etiam centrum grauitatis solidi ex illo excessu circa FC , vel illis parallelam. Quod vero dictum est de figura ABC , patet ex supradictis intelligendum etiam fore de figura $BDCRG$. Sed si talis figura intelligeretur duplicata ad partes AD , adeo ut basis DA , euadat axis figuræ NAB . Ex proposit. 14. lib. 3. habebimus centrum grauitatis annulorum ex NAB , circa ON , vel illi parallelam. Idemque intelligendum est si figura intelligeretur duplicata ut $CDBQP$.

Si vero in sequenti figura, portio maior $AIBD$, parabolæ cuiuscunque, cuius basis AD , intelligatur



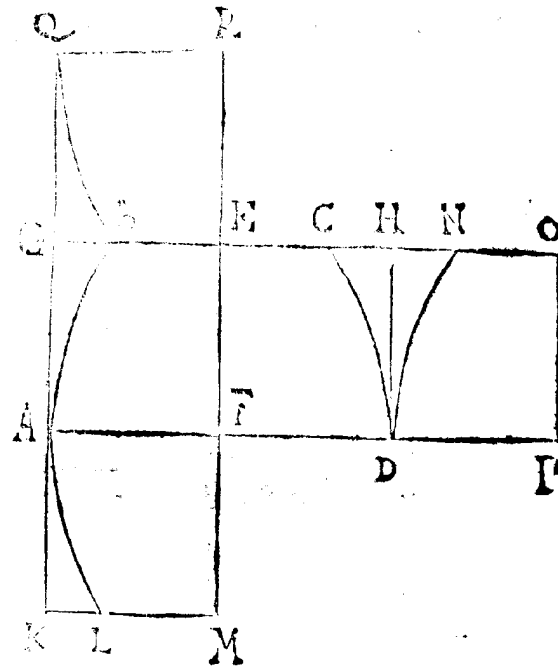
tur duplicata quatuor modis supra dictis, & intelligamus generari solida prædicta; nihilominus ipsorum solidorum habebimus centra grauitatis. Ratio est quia in proposit. 19. & 20. lib. 3. habemus centra æquilibrj maioris parabolæ cuiuscunque resectæ linea diametro parallela, tam in prædicta linea diametro parallela, quam in basi. Vndè etiam habemus centra grauitatis duplicatæ portionis quatuor

tuor illis modis; & consequenter centra grauitatis illorum annulorum.

Sed si in eodem schemate, portionem $L M I B D$, parabolæ cuiuscunque resectæ duabus lineis LM , BD , diametro IK , inter ipsas interceptæ, parallelis, intelligamus disponi quatuor prædictis modis, & intelligamus consueto modo, generari quatuor species annulorum, vt sæpe dictum est: illorum omnium sciemus centra grauitatis; hæcque nos docent proposit. 21. & 22. lib. 3. in quibus assignantur centra æquilibrij illorum segmentorum tam in basi, quam in lineis diametro parallelis.

Sed si in sequenti schemate supponamus $ABEF$, esse segmentum semiparabolæ cuiuscunque resectæ linea BE , basi AF , parallela, intelligamusque hoc aptari quatuor consuetis modis, & vt in schemate. Habebimus centra grauitatis solidorum genitorum modis supra explicatis. Videat lector proposit. 10. lib. 3. in qua assignatur in EF , centrum grauitatis segmenti $ABCD$; & proposit. 11. in qua assignatur centrum æquilibrij segmenti $ABEF$, in basi AF .

Sed supponamus $FABE$, esse utique segmentum semiparabolæ cuiuscunque, sed sic dispositæ vt AF , sit diameter, & BE , parallela diametro, adeo vt $FABE$, sit segmentum ad diametrum, quod intelligatur duplicatum quatuor modis vt in schemate. Solidorum genitorum consueto modo ex figuris sic dispositis habebimus centra grauitatis. Quia in
pro-



proposit. 15. & 16. libri 3. habemus centra æquilibrij segmenti ad diametrum parabolæ cuiuscunque, tam in basi, quam in linea diametro parallela. Solum videtur nobis lectorem admonendum, circumscriptis figuris parallelogrammis; solidum ex excessu parallelogrammi GD , supra figuram $ABCD$, habere tale centrum grauitatis; quod sic secet DH , FE , parallelam, vt pars terminata ad D , sit ad partem terminatam ad H , vt numerus annuli vnitate auctus ad vnitatem. V. g. in primo, vt 2. ad 1. In secundo vt 3. ad 1. Et sic in infinitum. Ratio est quia AGB , est trilineum simile
simile

simile toti trilineo totius semiparabolæ, in quo pariter centrum æquilibrij sic diuidit AG ; & consequenter centrum grauitatis duorum trilineorum AGB , CDH , simul sic diuidit FE , vt pars terminata ad F , sit ad partem terminatam ad E , vt numerus trilinei vnitate auctus, ad vnitatem. Idem propter eandem rationem, intelligendum est de trilineo CDN , reuoluto vel circa ductam per N , seu C , ipsi EF , parallelam, vel circa alias parallelas EF , extra trilineum ductas.

Sed tandem supponamus $ABEF$, esse segmentum intermedium semiparabolæ cuiuscunque resectæ duabus lineis BE , AF , diametro parallelis, quod segmentum intelligatur dispositum quatuor modis. Omnium solidorum genitorum consueto modo nobis innotescant centra grauitatis ex proposito. 17. & 18. lib. 3.

Quot igitur solidorum habeantur ex antedicta, proposit. centum grauitatis, de quibus neutrquam cognitio tenebatur, potuit lector animaduertere. Sed non minorem utilitatem capiemus ex sequenti propositione, quæ, modo ad nostrum institutum apte, explicata, ducet nos in cognitionem centrorum grauitatis quorundam solidorum, quæ vsque nunc geometria ignorauit. Præcipuè ex ipsa venabimur centra grauitatis omnium semifusorum parabolicorum; nempe docebimus in quo puncto basis sit centrum grauitatis solidi ex semiparabola quacunque reuoluta circa basim.

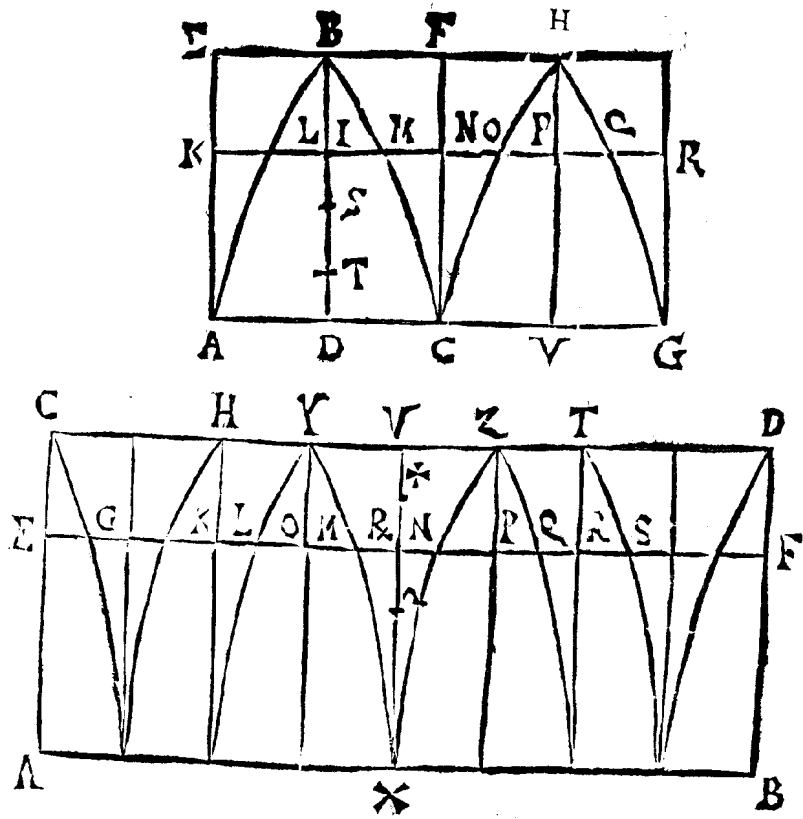
PRO.

PROPOSITIO XXX.

Annulus strictus figuræ antecedentis propositionis æquatur quatuor solidis, quorum duo sint, qui oriuntur ex reuolutione semifiguræ circa diametrum, alia duo ex reuolutione semifiguræ, circa parallelam diametro per extremitatem basis; & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Item annulus latus ex eadem figura æquatur duobus primis solidis, & duobus annulis latis ex semifigura circa parallelam diametro extra ipsam.

ESto ergo figura ABC , in primis, quæ reuoluetur circa CF , diametro BD , parallelam ductam per extremitatem basis C . Dico annulum $ABCHG$, æqualem esse duobus solidis ex semifigura DBC , circa BD , & duobus solidis ex eadem DBC , circa CF . Disponantur ista solida, vt in schemate, sec. adeo vt contineantur omnia inter duo plana AB , CD , parallela. Sicuti autem taliter sunt disposita vt duo genita ex reuolutione DBC , circa diametrum occupent medium locum, ita potuissent disponi quocunque alio modo; & sicuti disponuntur vt vnum aliud tangat, ita potuissent disponi vt essent ab inuicem distita quocunque intervallo. Disposita autem fuerunt sic tanquam concinnò modo ad inferenda pulcherrima, quæ ex tali propositione deducuntur. Accipiatur in diametro BD ,

P primæ



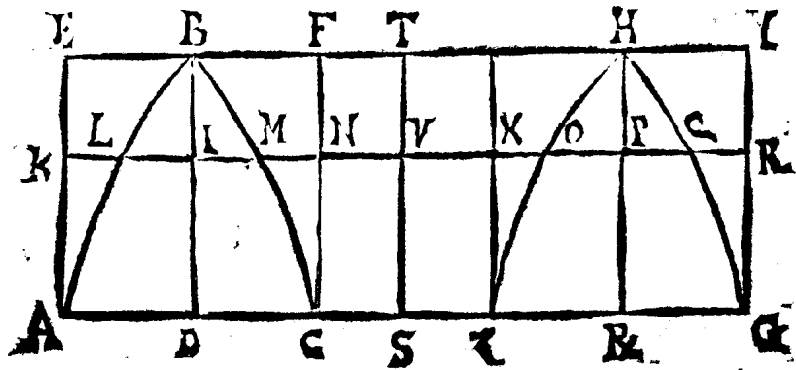
primæ figuræ, quodlibet punctum I, per quod ducatur planum LQ, plano AG, parallelum. Cum autem CA, in secunda figura supponatur æqualis ipsi BD, in prima, fiat CE, æqualis BI, & per E, agatur planum EF, AB, CD, planis parallelum. Rectangulum IMQ, primæ figuræ, dividitur in rectangula IMQ, & LI, MQ. Rectangulum IMQ, est æquale rectangulis IMP; IM,

IM, PQ, seu MIL. Pariter rectangulum LI, MQ, cum sit æquale rectangulo IMQ, dividitur in eadem rectangula. Quare colligemus, rectangulum LMQ, æquale esse duobus rectangulis IMP, & duobus rectangulis MIL. Rectangulum IMP, in prima figura, æquatur rectangulo EGK, in secunda; unde duo rectangula IMP, primæ, æquantur duobus rectangulis EGK, RSF, secundæ: item duo rectangula MIL, primæ, æquantur duobus rectangulis LOM, NPQ, secundæ; unde omnia quatuor rectangula primæ, æquantur quatuor rectangulis secundæ. Ergo etiam rectangulum LMQ, primæ, æquabitur rectangulis EGK; LOM; NPQ; RSF, secundæ. Ergo & armilla circularis LMQ, solidi primæ figuræ, æquabitur armillis circularibus EGK; RSF, & circulis LOM, NPQ secundæ. Cum autem puncta I, & E, sumpta sint ad libitum, inventaque sit æqualitas inter plana prædicta; rectè deducemus, necdum omnes armillas circulares solidi primæ figuræ plano AG, parallelas, æquales esse omnibus armillis circularibus, & omnibus circulis solidorum secundæ; sed etiam solidum primæ æquari omnibus solidis secundæ.

Quod autem probatum fuit de totis, patet eodem modo probari posse de partibus proportionalibus; quia non dissimili modo probabimus partem solidi primæ contentam inter plana parallela LQ, AG, æquari parti solidorum secundæ, conten-

tæ inter plana AB, EF, parallela. Quare patet propositum.

Secunda pars propositionis; nempe quod in sequenti figura, annulus latus ex figura ABC, circa TS, reuoluta sit æqualis duobus solidis ex DBC,



reuoluta circa BD, & duobus ex eadem reuoluta circa TS; facta præparatione simili antecedenti, lector facile proprio Marte cognoscet, discurrendo vt nos supra fecimus. Quare patet propositum.

SCHOLIUM I.

Nec etiam præfens propositio in tanta vniuersalitate proposita, videtur vnica constructione probari posse nisi methodo indiuisibilium. In figuris vero particularibus, factis particularibus præparationibus, probari etiam poterit modo Archimedeo. Si enim supponamus ABC, esse figuram ad partes B, de-

B, deficientem, lector in geometricis peritus facile agnoscet probari posse modo Archimedeo.

Ex his ergo, & ex dictis in lib. 4. de Infinit. Parab. colligemus sæpe replicatam doctrinam; nimirum annulum primæ figuræ, & solida simul secundæ, esse quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate. Vnde cum solidum primæ sit magnitudo sic analogum cum figura ABC. Sequitur etiam omnia solida secundæ figuræ simul, esse analogum cum figura ABC, tam in magnitudine, quam in grauitate. Cum autem facile etiam sit cognoscere prædictorum solidorum simul secundæ figuræ esse centrum grauitatis in VX (vt hoc enim sequatur sic ex industria disposita fuerunt;) ergo centrum grauitatis prædictorum solidorum simul ita secabit VX, vt centrum grauitatis figuræ ABC, secat BD. Ex hac doctrina adinueniemus centrum grauitatis nonnullorum solidorum. Sed prius adnotabimus vnum particulare in sequenti scholio, quod existimamus P. Marium Bettinum Societatis Iesù si viueret, libenter excepisse.

SCHOLIUM II.

Galileus, in postremis Dialogis pag. apud nos 28, loquitur de paradoxo quodam geometrico, in quo intelligit demonstrare circuli circumferentiam, æqualem esse puncto. De hoc paradoxo vestigia Galilei sequentes, locuti sumus & in appendicula sexaginta

ginta problematum geometricorum, & in hoc opere in schol. 3. proposit. 10, & in schol. 3. proposit. 18. At P. Bettinus supradictus in tom. 3. sui Ærarij pareg. geom. schol. prim. & alibi, admonet paradoxum præfens nequaquam intelligendum esse geometricè, sed physicè: nam geometricè loquendo, Euclides, doctrinaque eius tradita in defin. 3. lib. 5. Element. ab omnibusque passim recepta huic asserto aduersatur. Proportio enim est duarum magnitudinum eiusdem generis, quatenus ad quantitatem pertinet, mutua quædam habitudo. Quando ergo comparatur circumferentia cum puncto, & colligitur æqualitas, fit comparatio impropria, & quæ non est, cum sint quantitates diuersorum generum. At non deest alius medius terminus geometricus ostendens Galilei Paralogismum si intelligat geometricè loqui, non physicè. Hicque nobis suppeditatur ab antecedenti propositione, antecedentibusque solidis. Nam ad modum Galilei discurrentes, in maximum absurdum incideremus: ostenderemus enim circuli circumferentiam æqualem esse duabus circuli circumferentijs, quarum vnaquæque priori esset equalis, & insuper duobus punctis. Cum enim probatum sit, solidum ex ABC, in prima figura, æquale esse quattuor solidis in secunda figura tam secundum totum, quam secundum partes proportionales; sequeretur ex doctrina Galilei, quod cum tandem solidum ABCHG, in prima figura desinat in circumferentia circuli, cuius diameter BH; item

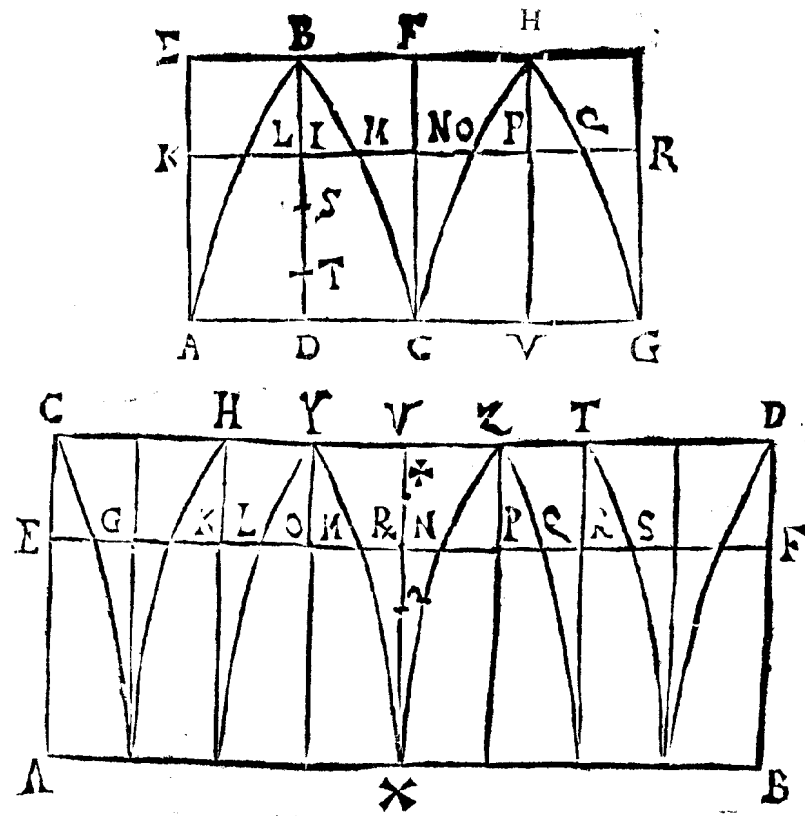
qua-

quattuor solidorum in secunda figura, duo extrema desinant in circumferentijs, quarum diametri CH, TD, mediaverò in punctis Y, Z; sequeretur inquam, circumferentiam BH, æqualem esse circumferentijs CH, TD, & punctis Y, Z. Quod est absurdissimum. Nam cum circumferentia sint ut diametri, & cum BH, CH, & TD, sint æquales; sequitur etiam circumferentias circulorum, quarum diametri CH, TD, duplas esse circumferentiæ, cuius diameter BH. Erroneus ergo est discursus, ex quo hauritur circumferentiam BH, equari circumferentijs CH, TD, & punctis Y, Z; & consequenter erroneus est Galilei discursus.

PROPOSITIO XXXI.

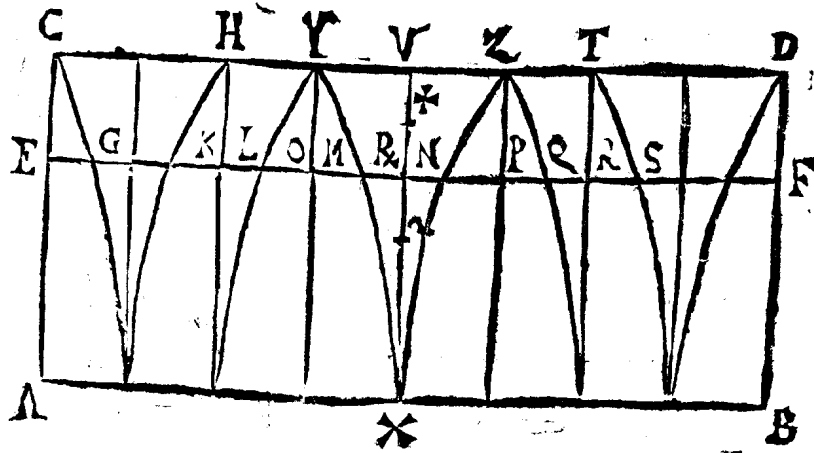
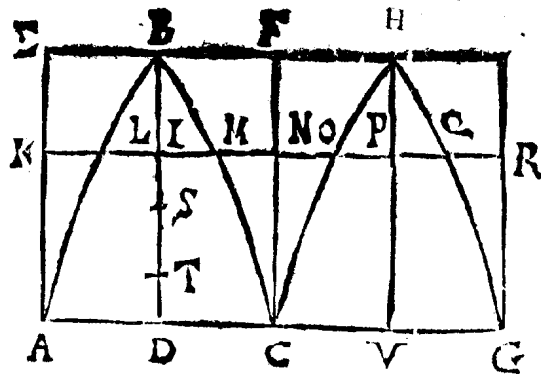
Semifusi parabolici cuiuscunque, centrum grauitatis reperire.

ESto ABD, semiparabola quæcunque in prima figura, cuius diameter AD, basis BD, quæ reuoluta circa basim BD, generet semifusum parabolicum; huius oportet centrum grauitatis assignare. Semiparabola ABD, intelligatur duplicata ad partes basis BD, & figura ABC, ex duabus semiparabolis constans intelligatur rotari circa FC, BD, parallelam. Item in secunda figura intelligantur quattuor solida sic disposita, ut duo extrema AH, TB,



T B, sint illa, quæ oriuntur ex semiparabola DBC, reuoluta circa CF, duo vero media sint illa, quæ oriuntur ex reuolutione semiparabolæ ABD, circa basim BD, nempe sint duo semifusi parabolici ex data semiparabola. Ex proposit. anteced. constat quatuor solida secundæ figuræ esse proportionaliter analogâ cum solido ABCHG, primæ. Sed solidum ABCHG, primæ est proportionalit er
ana-

analogum cum figura ABC, constante ex duabus semiparabolis. Ergo & quatuor solida secundæ figuræ simul erunt proportionaliter analogâ cum figura ABC. Sed ex schol. 2. proposit. 2 lib. 3. centrum grauitatis figuræ ABC, sic diuidit BD, vt pars terminata ad B, sit ad partem terminatam ad D, vt numerus parabolæ ternario auctus ad numerum parabolæ vnitatis auctum. Ergo & centrum grauitatis quatuor solidorum secundæ figuræ simul sic secabit VX, vt pars terminata ad V, sit ad partem terminatam ad X, vt numerus parabolæ ternario auctus ad numerum parabolæ vnitatis auctum. Supponatur à perito geometra, sic diuisa in R. Item ex proposit. 18 lib. 4. de infin. parab. constat centrum grauitatis solidi ex semiparabola DBC, in prima figura circa CF, sic diuidere FC, vt pars terminata ad F, sit ad partem terminatam ad C, vt duplus numerus parabolæ ternario auctus, ad duplum numerum vnitatis auctum. Ergo & centrum grauitatis solidorum extremorum in secunda figura, sic secabunt lineas circa quas semiparabolæ intelliguntur reuolutæ. Cum ergo talia solida sint ex instituto sic disposita, vt commune amborum centrum grauitatis cadat in VX: si ergo VX, sic diuidatur in *, vt V*, sit ad *X, vt duplus numerus parabolæ ternario auctus, ad duplum numerum parabolæ vnitatis auctum; * erit centrum grauitatis illorum solidorum simul. Cum ergo in VX, sit centrum grauitatis tam quatuor solidorum simul,
Q quam



quam duorum extremorum; ergo & reliquorum duorum mediorum simul erit in VX, centrum gravitatis. Hoc autem reperietur si fiat reciprocè ut duo media ad duo extrema, sic $\frac{3}{2}$ ad $\frac{2}{3}$. Cum ergo ex corollar. prim. proposit. 4. lib. 3. sit solidum unum medium ad unum solidorum extremorum, nempe duo media ad duo extrema, ut numerus parabolæ ad numerum parabolæ unitate auctum; si fiat

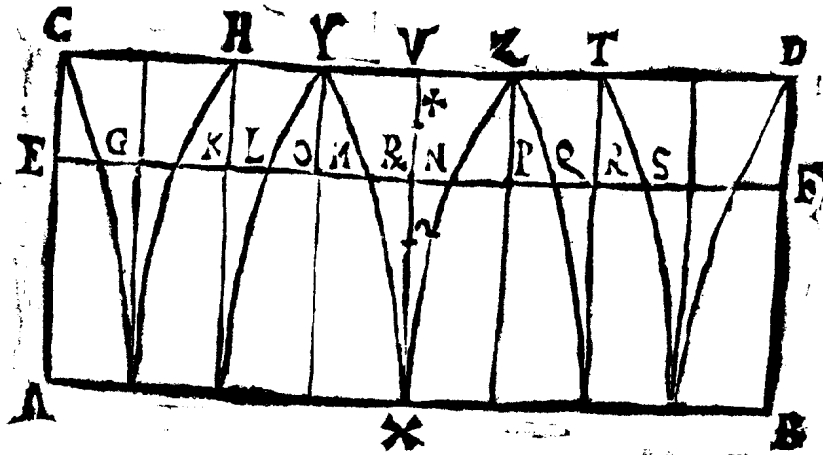
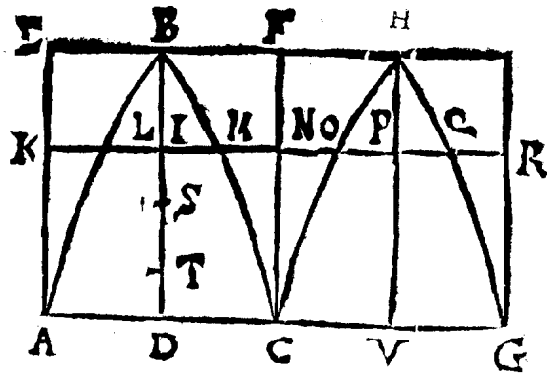
vt

ut numerus parabolæ ad numerum parabolæ unitate auctum, sic $\frac{3}{2}$ ad $\frac{2}{3}$. Erit T, centrum gravitatis duorum solidorum mediorum simul. Sed cum hæc fuerint sic disposita ut centrum gravitatis uniuscuiusque ipsorum sic secet illorum axim; si ergo axis BD, semif. si in prima figura, sic secetur in T, ut BT, sit ad TD, ut $\frac{3}{2}$ ad $\frac{2}{3}$: erit T, centrum gravitatis semifusi ABC, orti ex revolutione semifparabolæ ABD, circa basim BD. Quod erat reperiendum.

SCHOLIUM.

Inventio huius centri gravitatis non continet aliquam seriem ordinatam. Verum tamen est, quod quilibet numero poterit exprimere rationem in qua secetur BD, à centro gravitatis talis semifusi, si ordinem observaverit, quem nos tenemus in inventione talis centri in semifuso parabolico quadratico. In primo enim semifuso, cum sit conus, iam patet BD, sic secari ut pars ad B, sit ad partem ad D, ut 3. ad 1. In quadratico verò, consequenter ad supra dicta, si BD, sic secetur in S, ut BS, sit ad SD, ut numerus parabolæ ternario auctus ad numerum parabolæ unitate auctum; quarum BD, erit 8, talium BS, erit 5, & quarum BD, erit 12, talium BS, erit 7, cum dimidia. Item si secetur in I, ut BI, sit ad ID, ut duplus numerus ternario auctus, ad duplum numerum unitate auctum,

Q 2 qua-



quarum BD, erit 12, BI, erit 7. Ergo quarum BD, erit 12, talium BI, erit 7; BS, 7, cum dimidio IS, dimidium; ID, 5; DS, 4. cum dimidio. Fiat ergo ut numerus parabolæ ad numerum parabolæ unitate auctum sic IS, ad ST. Ergo quarum partium IS, est 2, talium ST, erit tria. Cum ergo quarum BD, erat 12, talium BS, esset 7, cum dimidio, & IS, dimidium. Ergo quarum BD, erit

erit 24; IS, erit 1; & BS, 15. Et qualium BD, erit 48, talium IS, erit 2, & BS, 30. Sed qualium IS, erat 2, talium ST, erat 3. Ergo qualium BD, erit 48, talium BT, erit 33, & TD, 15. Ergo centrum grauitatis semifusi parabolici quadratici sic diuidit BD, in T, vt BT, sit ad TD, vt 33, ad 15; & subtriplando terminos, vt 11, ad 5.

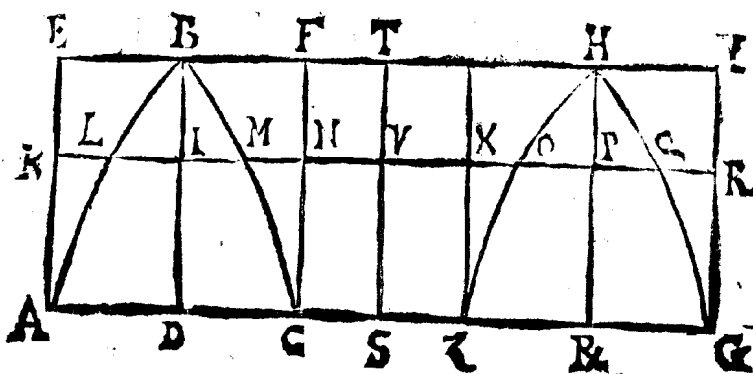
Sed non solum supradicta methodo reperiemus centrum grauitatis semifusi parabolici, sed etiam excessus cylindri ipsi circumscripti supra ipsum; nempe centrum grauitatis solidi ex trilineo EBA, in prima figura, reuoluto circa basim semiparabolæ BD. Cum autem tale centrum facilius inueniatur alio modo, ideo hunc experiemur in parabola quadratica in numeris. Supponamus ergo BD, sectam bifariam in S, & in T, sic vt BT, sit ad TD, vt 11, ad 5. adeo vt T, sit centrum grauitatis semifusi ABC. Ergo quarum BD, erit 16, talium ST, erit 3, & BS, 8. Ergo qualium BD, erit 37, cum tertia parte, talium ST, erit 7, & BS, 18, cum duobus tertijs. Cum autem ex schol. prim. proposit. 14. lib 2. sit excessus cylindri circumscripti semifuso ad ipsum vt 7, ad 8, & si fiat vt talis excessus ad semifusum, sic reprocè TS, ad ST, sit 1, centrum grauitatis prædicti excessus; erit SI, 8. qualium BS, est 18, cum duobus tertijs. Ergo talium reliqua BI, erit 10, cum duobus tertijs. Qualium ergo BD, est 37, cum tertia parte, erit BI, 10, cum duobus tertijs partibus, & reliqua DI, 26, cum duobus tertijs,

tij. Ergo centrum grauitatis prædicti excessus fecat BD, in I, in prædicta ratione.

PROPOSITIO XXXII.

Semifusi hyperbolici cuiuscunque, supposita hyperbolæ quadratura, p̄ssumus centrum grauitatis reperire.

Supponamus in seq. figura DBC, esse semihyperbolam, cuius diameter CD, basis BD, latus transversum CZ, centrum S. Dico, supposita hyperbolæ quadratura, nos posse reperire centrum grauitatis semifusi hyperbolici ABC. Disponantur quatuor solida vt supra, & vt in secunda figura, sed duo extrema AH, TB, intelligantur esse annulos non strictos, vt schema exprimit, sed latos, ortos ex rotatione semihyperbolæ DBC, seq. figuræ circa secundam diametrum TS. Ergo horum quatuor solidorum sic dispositorum vt in illa figura habemus centrum grauitatis in VX, quia habemus centrum grauitatis solidi ABCZHG, seq. figuræ, quod ex proposit. 30. est proportionaliter analogum cum quatuor solidis secundæ figuræ. Habemus autem centrum grauitatis solidi ABCZHG, quia habemus in basi BD, centrum grauitatis figuræ ABC, constantis ex duabus semihyperbolis, ex p. oposit. 12. in qua, supposita hyperbolæ quadratura, inventum fuit centrum æquilibrii semihyperbolæ DBC, in basi BD, & consequen-



sequenter centrum grauitatis in BD, ipsius ABC. Pariter, cum ex schol. 3. prop. 26. habeamus centrum grauitatis, sine suppositione quadraturæ hyperbolæ, annuli lati ex semihyperbolæ DBC, in hac figura reuoluta circa secundam diametrum TS; habebimus consequenter ad supra dicta, in secunda figura, in VX, centrum grauitatis duorum solidorum extremorum, nempe duorum annulorum latorum AH, TB. Insuper ex schol. 2. prop. 32. supposita hyperbolæ quadratura, habemus in hac figura rationem, quam habet annulus latus DBCZHG, ad semifusum ABC; & consequenter in secunda figura, habemus rationem duorum solidorum extremorum simul ad duo solida media. Ergo consequenter habebimus in VX, secundæ figuræ centrum grauitatis duorum solidorum mediorum simul. Et pariter in hac figura, habebimus centrum in BD, semifusi ABC. Quod &c.

SCHO-

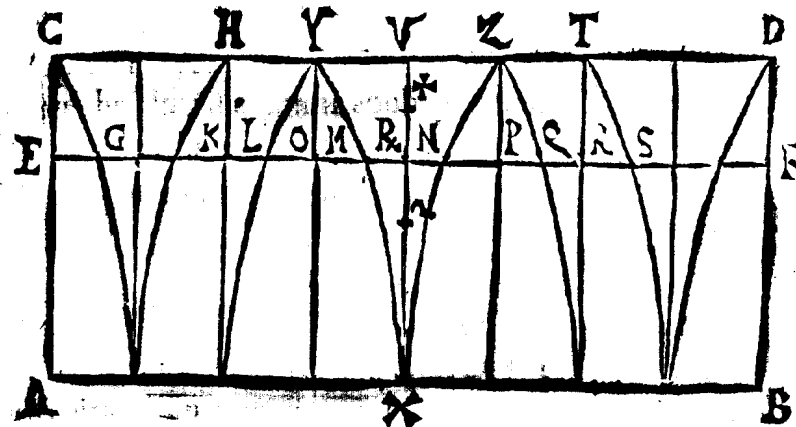
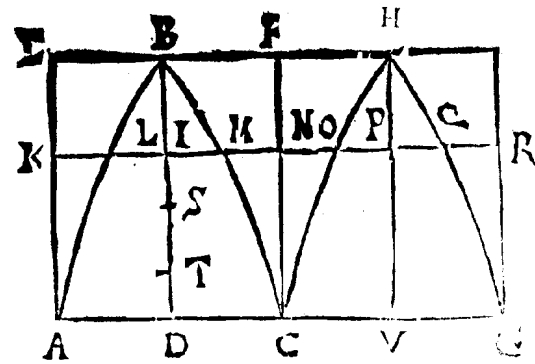
SCHOLIUM.

Sed non solum habebimus tale centrum grauitatis, sed etiam centrum grauitatis excessus cylindri EC, supra ipsum.

PROPOSITIO XXXIII.

Annuli stricti ex semiparabola quacunque, cuius exponents sit numerus par, reuoluta circa parallelam diametro ductam per extremitatem basis, centrum grauitatis assignare.

Esto semiparabola quacunque DBC, cuius exponents sit numerus par, sitque eius diameter BD, basis DC, & intelligamus DBC, rotari circa CF, parallelam diametro BD, ductam per C: oporteat annuli producti centrum grauitatis reperire. Intelligamus semiparabolam duplicari ad partes BD, vt fiat tota parabola ABC, & intelligamus hanc totam rotari circa FC, vt fiat annulus ABCHG. Cum hic annulus ex proposit. 30. sit æqualis quatuor solidis dictis in illa propositione, disponantur hæc solida vt in secunda figura. Ergo horum quatuor solidorum simul centrum grauitatis ita secabit VX, vt secat BD, centrum grauitatis parabola ABC. Sed ex schol. prim. proposit. 2. lib. 3. hoc centrum ita secat BD, vt pars terminata ad B, sit ad

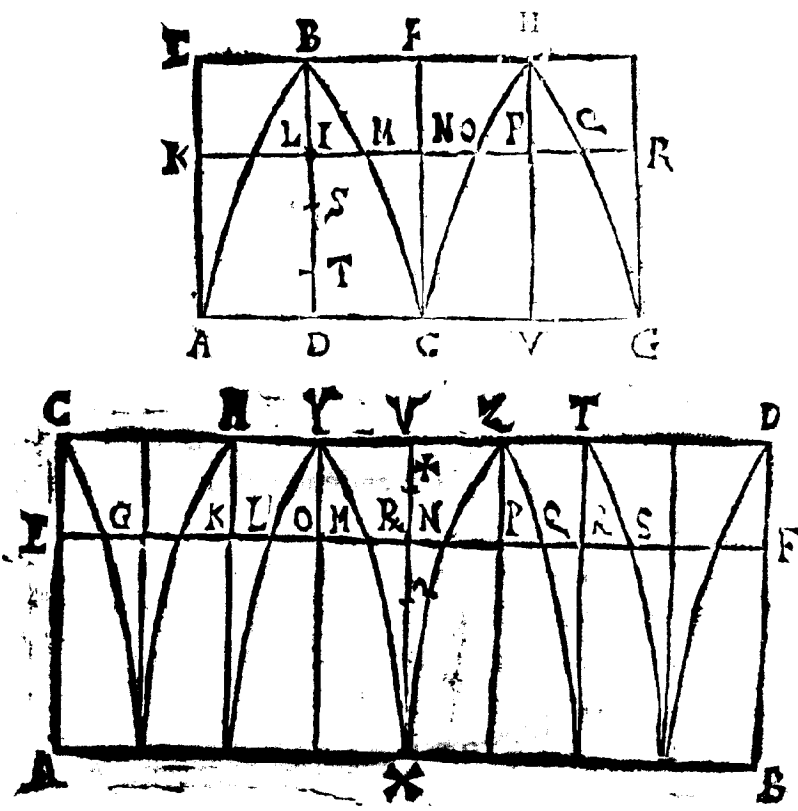


fit ad partem terminatam ad D, vt numerus parabola unitate auctus ad numerum parabola. Ergo si VX, sic secetur in R, vt sit VR, ad RX, vt numerus parabola, seu annuli unitate auctus, ad numerum parabola; erit R, centrum grauitatis solidorum quatuor simul sumptorum. Pariter, quoniam ex proposit. 14. lib. 4. centrum grauitatis conoidis ABC, sic in prima figura diuidit ED, vt
R pars

pars terminata ad B, sic ad partem terminatam ad D, ut dimidium numeri conoidis unitate aucti, ad dimidium numeri conoidis; & cum sic in secunda figura sint disposita ex industria duo conoidea media, ut centrum gravitatis amborum simul sit in VX; si hæc sic secetur in 2, ut sit V2, ad 2X, ut dimidium numeri conoidis aucti unitate ad dimidium numeri conoidis; erit 2, centrum gravitatis duorum conoideorum simul. Cum ergo in VX, sit centrum gravitatis tam quatuor solidorum simul, quam duorum conoideorum; ergo & in VX, erit centrum gravitatis duorum annulorum extremorum. Si ergo fiat ut duos annulos simul, ad duo conoidea simul, vel ut vnus annulus ad vnum conoides, nempe ex coroll. 3. lib. 3. ut numerus conoidis ternario auctus ad numerum conoidis unitate auctum, sic reciprocè 2R, ad R*. Erit * centrum gravitatis duorum annulorum simul. Et si in prima figura secetur FC, in puncto in ratione R*, ad *X. Erit illud inuentum centrum gravitatis illius annuli. Res de se patet. Quare &c.

SCHOLIUM.

Sed nec etiam inuentio huius centri continet aliquam pulchram sententiam; quilibet tamen assignabit in numeris rationem secundum quam diuiditur FC, à centro gravitatis prædicti annuli, si notabit sequentem ordinem quem tenemus in annulo seu parabole qua-



quadraticæ. In illa enim VX, sic secatur in R, centro gravitatis quatuor solidorum simul, ut VR, sit ad RX, ut 3. ad 2. In 2. vero ut V2, sit ad 2X, ut 2, ad 1, nempe ut 3, cum tertia parte, ad 1, cum duobus terijs. Ergo qualium VX, est 5, talium VR, est 3, & V2, est 3, cum tertia parte; R2, tertia pars; & qualium VX, est 15, talium VR, est 9; V2, 10; & R2, unitas.

R 2 Qua-

Qualium ergo R^2 , est 5, talium VX , est 75, V^2 , 45, & V^2 , 50. Cum ergo qualium R^2 , est 5, talium R^2 , sit 3. Ergo qualium VX , est 75, talium V^2 , erit 42. VX , ergo centrum gravitatis duorum annulorum secabitur in R^2 , & consequenter FC , sic secabitur à centro gravitatis prædicti annuli quadratici v. g. in N , vt FN , sit ad NC , vt 42, ad 33; nempe subriplando terminos, vt 14, ad 11.

Habito autem centro gravitatis talis annuli, non ignorabitur centrum gravitatis conici BCH , orti ex rotatione trilinei BEC , circa basim FC . Quod licet possit haberi independenter ab inuento centro gravitatis annuli, vt patet ex superioribus, considerando per se, solidum ortum ex reuolutione excessus parallelogrammi EC , supra parabolam ABC , circa FC , faciendo dispositionem vt supra; facilius tamen inuenietur ex centro annuli ex semiparabola prius inuento. Nam habetur etiam centrum gravitatis totius cylindri DH ; & ex proposit. 15. lib. 2. habetur ratio prædicti annuli ad conicum BCH . Hoc autem sic in numeris inuenietur in conico quadratico: supponamus in secunda figura (in qua faciemus operationem in VX , & quam in ipsa faciemus intelligemus factam in FC) VX , esse sectam bifariam in R , & in 2, vt V^2 , sit ad $2X$, vt 14, ad 11. Ergo R , erit centrum gravitatis totius cylindri annulo circumscripti, & 2, erit ex dictis, centrum gravitatis annuli. Ergo qualium to-

ta VX , est 25; V^2 , 14; & $2X$, 11; talium V^2 , erit 12, cum dimidia; & R^2 , 1, cum dimidia. Cum ergo ex secunda parte proposit. 15, lib. secun. sit diuidendo conicus BCH , ad annulum vt 2, ad 10, seu vt 1, ad 5; & si fiat reciproçè vt conicus, ad annulum, nempe vt 1, ad 5, sic $2R$, ad R^2 , sit R^2 , centrum gravitatis conici; & cum sit vt 1, ad 5, sic vnum cum dimidio ad 7, cum dimidio. Ergo R^2 , erit 7, cum dimidio. Quare reliqua V^2 , erit 5, & $2X$, 20. Ergo VX , sic secatur in R^2 , & FC , v. g. in N , à centro gravitatis conici BCH , vt CN , sit ad NE , vt 20, ad 5, seu vt 4, ad 1.

PROPOSITIO XXXIV.

Annuli stricti orti ex reuolutione semihyperbolæ, vt in anteced. proposit. supposita hyperbolæ quadratura, possumus centrum gravitatis assignare.

Sed supponamus DBC , esse semihyperbolam, &c. Dico etiam nos posse assignare centrum gravitatis annuli stricti ex semihyperbola DBC , circa FC . Reuoluta enim hyperbola ABC , tota circa FC , vt fiat annulus $ABCHG$, cum hic sit æqualis quatuor solidis dispositis vt in secunda figura, vt saepe dictum est; ergo ex proposit. 22. in qua assignatur centrum gravitatis in BD , hyperbolæ ABC , habebimus etiam centrum gravitatis quatuor illorum solidorum simul dispositorum. Sic hoc cen-

centrum \mathcal{R} . Item ex prop. 13. & 14. habemus centrum grauitatis conoidis hyperbolici, & consequenter duorum conoideorum dispositorum vt in secunda figura. Sit hoc 2. Pariter, quoniam ex proposit. 12. habemus centrum æquilibrij semihyperbolæ DBC , in DC ; habebimus etiam ex proposit. 4. lib. 3. rationem quam habent solida ex semihyperbola DBC , reuoluta circa BD , & FC , ad inuicem; & consequenter habebimus rationem, quam habent in secunda figura duo solida extrema ad duo media. Si ergo fiat vt duo solida extrema ad duo media sic reciproçè 2 \mathcal{R} , ad $\mathcal{R}\mathcal{X}$. Erit \mathcal{X} , centrum grauitatis duorum annulorum simul. Vndè patet quomodo possimus habere centrum grauitatis vnus annuli foli ex semihyperbola. Qued &c.

SCHOLIUM.

Habito centro grauitatis annuli, non ignorabitur centrum grauitatis conici hyperbolici BCH ; pro qua re consideretur scholium antecedentis propositionis, discursusque in ipso expositus imitetur.

Quoniam autem ex doctrinis superius traditis licet nobis colligere centra grauitatis aliquorum solidorum, de quibus nunquam geometria locuta est; ideo vt hoc expeditius fiat, opere pretium ducimus doctrinas superius traditas aptius ordinare, regulam quandam generalem exponendo. Sciendum ergo est, quatuor esse centra grauitatis, quorum tribus

datis,

datis, licet quartum colligere. Nempe centrum grauitatis figuræ ABC , circa diametrum: centrum æquilibrij semifiguræ DBC , in DC : centrum grauitatis solidi ABC , orti ex reuolutione semifiguræ ABD , circa BD : & centrum grauitatis semifiguræ DBC , reuolutæ circa FC . Nam datis tribus primis, patebit dari quartum sic. Dato centro grauitatis figuræ ABC , datur centrum grauitatis solidi orti ex gyratione ABC , circa CF ; & consequenter centrum grauitatis quatuor solidorum dispositorum in secunda figura. Secundo dato centro æquilibrij semifiguræ DBC , in DC , dabitur ratio solidi ex semifigura DBC , reuoluta circa DB , ad solidum ex eadem reuoluta circa CF ; ex proposit. 4. lib. 3. & consequenter in secunda figura dabitur ratio duorum solidorum mediorum ad duo extrema. Tertio dato centro grauitatis solidi ABC , dabitur etiam in secunda figura centrum duorum solidorum mediorum simul. Si ergo \mathcal{R} , sit centrum quatuor simul, iam datum, & 2, sit centrum duorum mediorum etiam datum, si fiat 2 \mathcal{R} , ad $\mathcal{R}\mathcal{X}$, in ratione data, nempe vt duo solida extrema, ad duo media, vel vt vnum ad vnum; erit \mathcal{X} centrum grauitatis duorum extremorum, vel vnus extremi, quod est quartum, quod quærebatur. Ita suppositis dari tribus quibusuis quatuor iam dictorum, patebit simili discursu, dari quartum. His animaduersis.

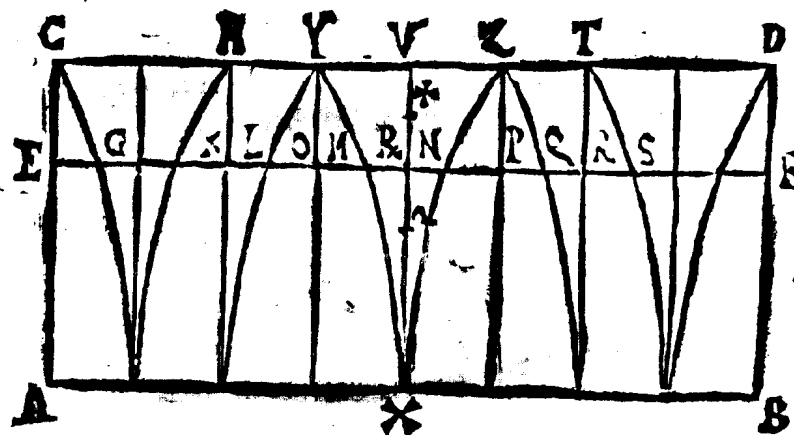
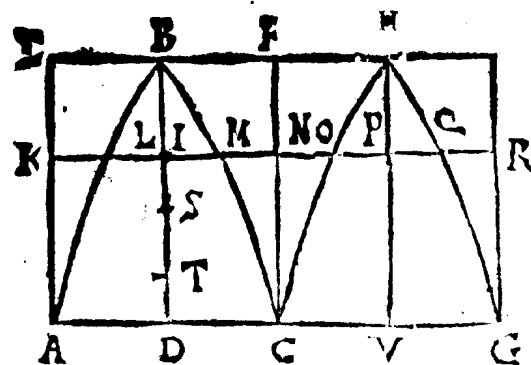
PROPOSITIO XXXV.

Annuli stricti orti ex revolutione segmenti semiparabolæ cuiuscunque, cuius exponents sit numerus par, resectæ linea basi parallela, circa lineam ductam parallelam diametro per extremitatem basis possumus centrum gravitatis assignare.

Parabola quæcunque ABC, cuius numerus par, sit secta LM, AC, parallela, & intelligamus DIMC, rotari circa CF. Dico annuli orti nos posse assignare centrum gravitatis. Nam cum ex proposit. 10. lib. 3. habeamus centrum gravitatis segmenti parabolæ ALMC, habebimus etiam ex supra dictis, centrum gravitatis annuli ALMCOQG; & consequenter quatuor solidorum dispositorum ut in secunda figura. Ex proposit. 11. eiusdem libri habemus centrum æquilibij figuræ DIMC, in basi DC. Ex schol. proposit. 15. lib. 3. habemus centrum gravitatis solidi ALMC. Ergo quartum non ignorabitur; nempe centrum gravitatis solidi orti ex rotatione DIMC, circa NC. Quod &c.

SCHOLIUM.

Cum autem habeamus centrum gravitatis cylindri IV; & rationem ex schol. 2. proposit. 11. lib. 3. quam



3. quam habet cylindrus IV, ad conicum MCO; habemus etiam in NC, centrum gravitatis talis conici.

PROPOSITIO XXXVI.

Annuli stricti orti ex rotatione segmenti semihyperbolæ resectæ linea basi parallela (supposita segmenti quadrato-

S 1a)

ra) modo in proposit. anteced. explicato, possumus centrum grauitatis assignare.

Vice parabolæ proposit. anteced. sit hyperbola. Dico nos posse assignare centrum grauitatis annuli stricti *DIMCOPV*. Nam cum ex proposit. 22, habeamus centrum grauitatis tam hyperbolæ *ABC*, quam hyperbolæ *LBM*, & cum ex suppositione quadraturæ facile possumus elicere rationem segmenti *ALMC*, ad hyperbolam *LBM*; habebimus centrum grauitatis segmenti hyperbolæ *ALMC*; & consequenter solidi *ALMCOQG*; & consequenter quatuor solidorum dispositorum vt in secunda figura. Item ex schol. proposit. 15, habemus centrum æquilibrij in *DC*, segmenti *DIMC*. Ex proposit. 17, habemus centrum grauitatis solidi *ALMC*. Ergo nec etiam in præsentem quartum ignorabitur; nempe centrum grauitatis annuli *DIMCOPV*. Quod &c.

SCHOLIUM.

Ex prædicto centro inuento, & ex ratione cylindri *IV*, reperta in citato schol. proposit. 15, per conuersionem rationis, ad conicum *MCO*, reperiemus in *NC*, centrum grauitatis conici *MCO*, prædicti.

PRO-

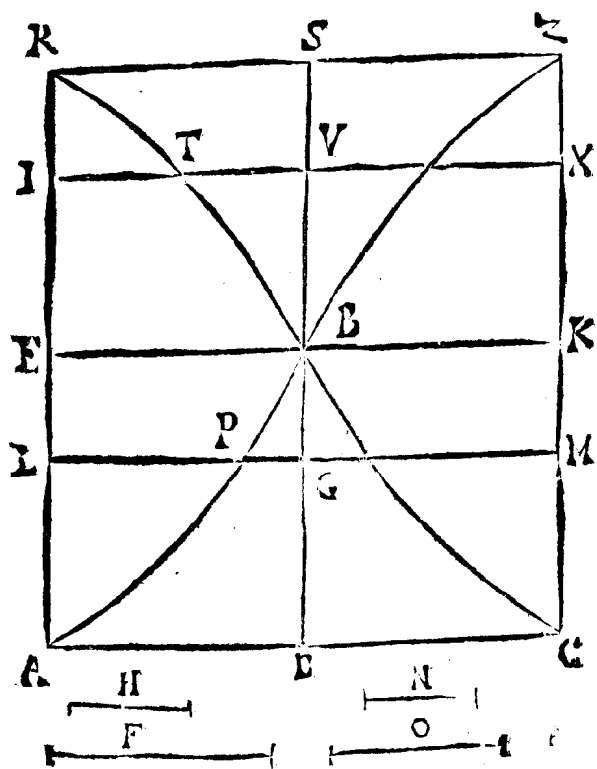
PROPOSITIO XXXVII.

Variorum segmentorum infinitorum fusorum parabolicorum, possumus centra grauitatis assignare.

Esto parabola quæcunque *RBA*, quam intelligamus rotari circa *RA*, adeo vt generetur quilibet fusus parabolicus. Dico variorum segmentorum huius fusi nos posse centra grauitatis assignare.

In primis parabola secetur linea *IT*, diametro *EB*, parallela, possumus assignare centrum grauitatis partis fusi ortæ ex reuolutione segmenti ad diametrum *ITBE*, circa *IE*. Nam in primis ex proposit. 16. lib. 3. habemus centrum æquilibrij in *IE*, basi segmenti *ITBE*, nempe centrum grauitatis duplicatæ figuræ *ITBE*, ad partes *IE*. Secundo, ex proposit. 18. lib. 4. habemus centrum grauitatis portionis annuli orti ex reuolutione segmenti *ITBE*, circa *BV*. Tertio ex schol. 3. proposit. 15. lib. 3. habemus centrum segmenti *ITBE*, in *EB*, nempe habemus rationem, quam habet solidum ex *ITBE*, segmento reuoluto circa *VB*, ad solidum ex eodem segmento reuoluto circa *IE*. Ex istis tribus centris datis, ad modum superiorum deducemus quartum, nempe centrum grauitatis segmenti fusi ex *ITBE*, segmento reuoluto circa *IE*.

S 2 Secundo



Secundo fecetur parabola etiam LP, EB, diametro parallela, adeo ut IT, LP, intercipient diametrum, possumus assignare centrum grauitatis segmenti intermediij fusi orti ex reuolutione segmenti intermediij ITBPL, reuoluti circa IL. Nam ex proposit. 21. lib. 3. habemus centrum grauitatis duplicatae figurae ITBPL, ad parres IL. Secundo ex proposit. 22. eiusdem lib. habemus centrum æquilibrij segmenti in LG; nempe rationem solidorum

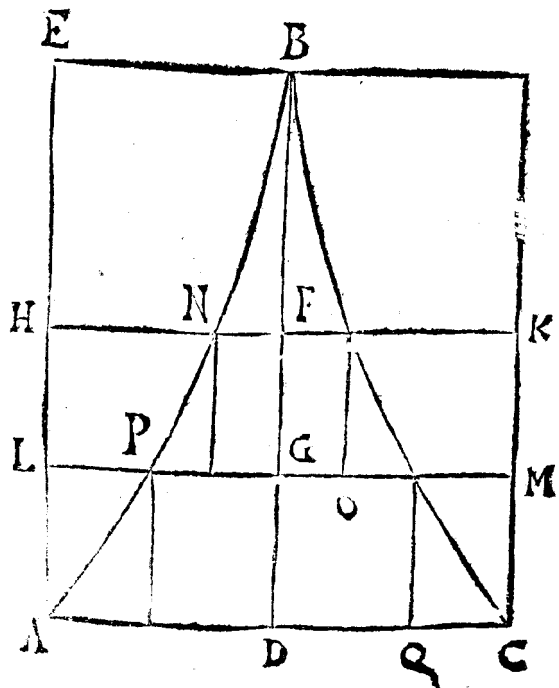
dorum reuolutorum circa VG, & IL. Tertio ex proposit. 18. lib. 4. habemus centrum grauitatis segmenti annuli ex segmento ITBPL, reuoluto circa VG. Ergo quartum, nempe centrum segmenti fusi ex eodem segmento circa LI, non ignorabitur.

Sic cognoscemus centrum grauitatis portionis fusi ex portione maiori ITBA. Nam centrum grauitatis duplicatae portiois habetur ex proposit. 19. lib. 3. Ex proposit. 20. eiusdem libri, habemus rationem solidorum ex portione reuoluta circa VB, & circa IA. Tertio ex citata proposit. 18. lib. 4. habemus centrum portiois annuli ex portione ITBA, reuoluta circa VB. Quare &

Pariter cognoscemus centrum grauitatis portiois fusi ex portione minori RTI, quia ex proposit. 14. lib. 3. habemus centrum grauitatis in RI, duplicatae portiois RTI. Secundo habemus rationem, quam habet prædicta portio fusi, ad portionem annuli ex portione RTI, reuoluta circa SV. Quia mente portioni intellecto circumscripto parallelogrammo, habemus ex schol. 2. proposit. 15. eiusdem libri, rationem portiois fusi, ad cylindrum sibi circumscriptum: pariter habemus rationem prædicti cylindri ad cylindrum RX, quia habemus, ex data portione, rationem IT, ad IV; & consequenter quadrati IT, ad quadratum IV: item habemus ex schol. 2. proposit. 4. lib. 4. rationem cylindri RX, ad portionem annuli ex portione RTI, circa

circa SV. Vnde ex æquali, habemus rationem portionis fusi ad portionem annuli. Tertio habemus centrum grauitatis prædictæ portionis annuli ex cit. prop. 18. lib. 4. Ergo quartum, nempe centrum grauitatis portionis fusi non ignorabitur.

Sed nec in sequenti figura, supposita semiparabola EBA, secta duabus lineis HN, LP, diametro EB, parallelis, ignorabimus centrum grauitatis segmenti fusi ex segmento intermedio HNPL.



Nam

Nam centrum grauitatis in HL, duplicati segmenti ad partes HL, habetur ex proposit. 17. libri 3. Item ex præcitata proposit. 18. lib. 4. habemus centrum grauitatis segmenti annuli ex segmento HNPL, circa BD. Tertium nempe ratio segmenti fusi ad segmentum annuli patebit haberi. Quia habemus ex schol. proposit. 8. lib. 3. rationem segmenti fusi ad cylindrum ex parallelogrammo LN, sibi circumscripto; sed habemus rationem talis cylindri ad cylindrum HM, & huius ex præcit. schol. 4. proposit. 4. lib. 4. ad segmentum annuli. Quare ex æquali, patet propositum. Cognitis verò tribus præcedentibus, quartum centrum quæsitum innotescet. Patuit ergo propositum in omnibus prædictis partibus.

SCHOLIUM.

Sicuti autem in antecedentibus reperta sunt centra grauitatis variorum segmentorum infinitorum fusorum parabolicorum, sic ex supposita quadratura hyperbolæ, eiusque segmentorum, liceret reperire tam centra grauitatis variorum segmentorum hyperbolæ quam variorum segmentorum fusi ex hyperbola, quod indicasse lectori sufficiat.

Ex superius ergo dictis patuit quot sint ea, quæ deducuntur ex proposit. 30. superiori, sed insuper alia possunt deduci nempe tres regulæ vniuersales in tribus sequentibus proposit. exprimendæ.

PRO.

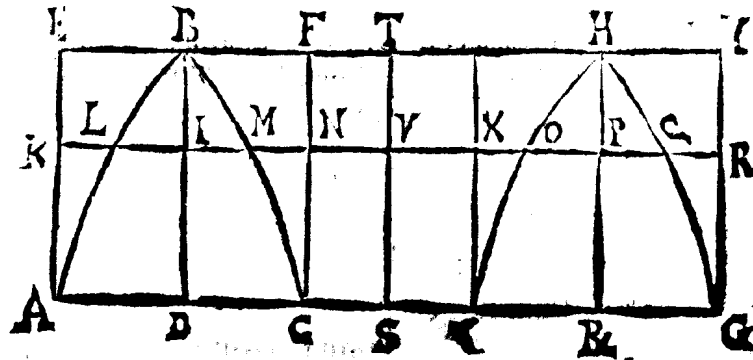
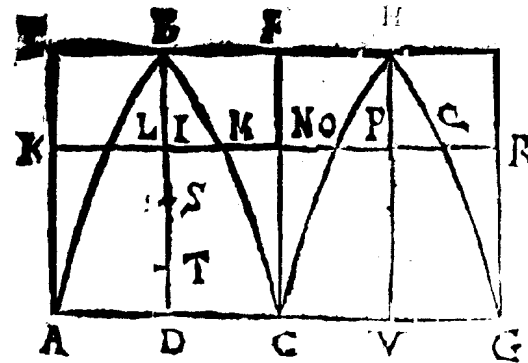
PROPOSITIO XXXVIII.

Data cuiuscunque semifigura circa diametrum quadratura, dataque ratione cylindri circumscripti solido ex semifigura reuoluta siue circa diametrum, siue circa ductam diametro parallelam, vel per extremitatem basis, vel extra figuram. Datur ratio cylindri circumscripti altero dictorum solidorum ad ipsum.

Sit data quaelibet semifigura DBC , circa diametrum BD , & data sit ratio quam habet parallelogrammum BC , ad ipsam figuram; insuper detur ratio, quam habet cylindrus ex BC , in prima figura, reuoluto siue circa DB , siue circa FC , ad alterum solidorum ex semifigura DBC , siue circa BD , siue circa FC : vel in secunda figura detur vel ratio cylindri EC , ad solidum ABC , vel cylindri DH , ad solidum ex DBC , reuoluta circa TS . Dico dari etiam rationem alterius cylindri, ad alterum solidum ex semifigura.

Probetur prius in prima figura, in qua intelligamus parallelogrammum EC , cum figura integra ABC , rotari circa FC . Ergo ex propo. 29. cum data sit ratio ex hypothese, parallelogrammi EC , ad figuram ABC , dabitur quoque ratio cylindri EG , ad solidum $ABCHG$. sed tale solidum ex propo. 30. æquatur duobus solidis ex DBC , circa DB , & duobus, ex eadem circa FC .

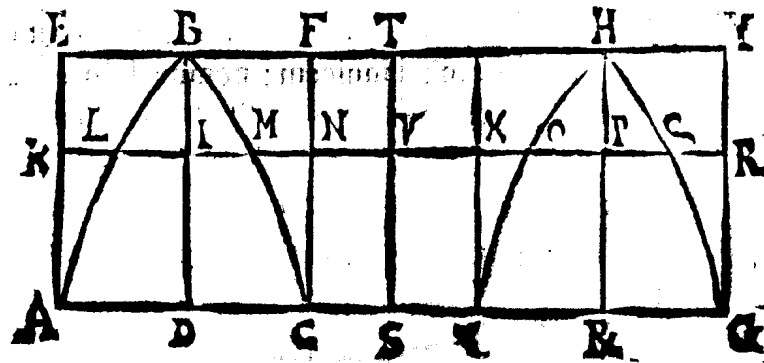
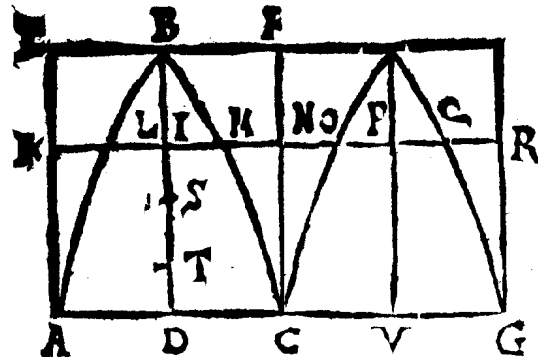
Ergo



Ergo dabitur quoque ratio cylindri EG , ad hæc quatuor solida. Ergo & cylindri EC , qui est quarta pars cylindri EG , ad eadem quatuor solida. Ergo dabitur quoque ratio cylindri EC , seu ei æqualis, DH , ad duo tantum illorum solidorum, scilicet ad vnum, & vnum, nempe ad vnum circa DB , & ad vnum circa FC . Sed ex hypothese, datur quoque ratio cylindri EC , seu DH , ad alterum tantum solidorum ex DBC , reuoluta siue
T circa

circa DB, siue circa FC. Ergo quacunque data, dabitur etiam altera; nempe data ratione cylindri EC, ad solidum ABC, dabitur quoque ratio cylindri DH, ad solidum ex DBC, circa FC, & è contra.

Pariter in secunda figura. Quoniam datur ratio parallelogrammi DF, ad semifiguram DBC, siue parallelogrammi EC, ad integram figuram ABC, dabitur exproposit. 29. ratio tubi cylindrici ECY, ad annulum latum ABCZH \mathbb{R} . Ergo exproposit. 30. dabitur quoque ratio prædicti tubi ad quatuor solida ex DBC, duabus vicibus reuoluta circa BD, & duabus circa TS. Ergo dabitur quoque ratio talis tubi ad vnum solidum ABC, & ad vnum DBCZH \mathbb{R} . Cum autem detur ratio DS, tam ad AC, quam ad CG (hoc enim est supponendum, quia danda est CS, qua data dantur prædicta) dabitur etiam ratio quadrati DS, ad rectangulum ACG; nempe dabitur ratio cylindri DH, ad tubum cylindricum ECY. Ergo ex æquali, dabitur quoque ratio cylindri B \mathbb{R} , ad solidum ABC, simul cum solido DBCZH \mathbb{R} . Si ergo detur etiam ex hypothese, ratio cylindri EC, ad solidum ABC, quia cum detur ratio cylindri DH, ad cylindrum EC, datur etiam ratio cylindri DH, ad solidum ABC. Ergo dabitur quoque ratio eiusdem cylindri DH, ad solidum DBCZH \mathbb{R} . Si vero detur ratio ex hypothese, cylindri DH, ad solidum DBCZH \mathbb{R} ; ergo dabitur quoque ratio eiusdem



iisdem cylindri ad solidum ABC. Sed etiam datur ratio cylindri EC, ad cylindrum DH. Ergo quoque ex æquali, dabitur ratio cylindri EC, ad solidum ABC. Ergo in omnibus patuit propositio.

PROPOSITIO XXXIX.

Datis iisdem, quæ in antecedenti propositione in primo schemate, datur centrum æquilibrij figura in linea, quæ est radius rotationis.

Sed dentur eadem, quæ supra in primo schemate. Dico dari in DC, quæ est radius rotationis, centrum æquilibrij semifiguræ DBC. Cum enim ex anteced. proposit. datis ijs, detur etiam ratio cylindri ad alterum solidorum. Ergo dabitur etiam ratio solidorum ad inuicem; nempe dabitur ratio solidi ABC, ad solidum DBCHV. Sed ex proposit. 4. lib. 3. solidum ad solidum est vt pars DC, terminata à D, & à centro æquilibrij figuræ DBC, ad reliquam partem DC. Quare patet propositum.

PROPOSITIO XL.

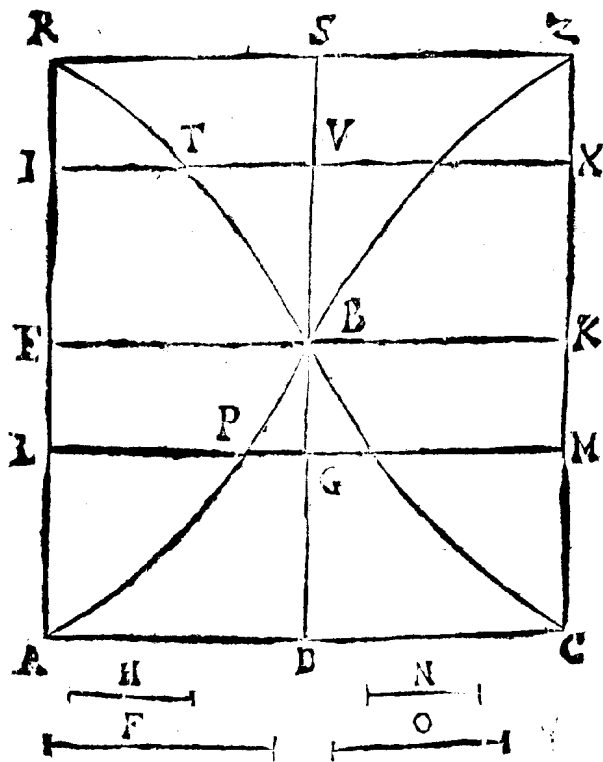
In secundo schemate datis iisdem, & data ratione annuli lati ex semifigura ad annulum strictum eiusdem, dabitur prædictum centrum.

Sed in secundo schemate, ultra data in antecedenti, detur etiam ratio annuli lati DBCZH_R, ad annulum strictum ex eadem DBC, reuoluta circa FC. Dico dari eius centrum æquilibrij

librij in DC. Nam eodem modo patebit, dati rationem solidi ABC, ad solidum DBCZH_R. Sed etiam datur ratio ex hypothesi, DBCZH_R, ad annulum strictum ex DBC, circa CF. Ergo ex æquali, dabitur ratio ABC, solidi ad prædictum annulum strictum. Quare ex cit. proposit. 3. dabitur quoque in DC, centrum æquilibrij quæsitum. Quod &c.

SCHOLIUM.

Ex his tribus propositionibus possimus necdum ex sola quadratura infinitarum parabolarum inuenire rationem cylindrorum circumscriptorum, ad infinitos fusos parabolicos; sed etiam centrum grauitatis infinitarum parabolarum. Nam cum in proposit. 4. lib. 4. & in scholijs eiusdem, ostensum sit in schemate illius proposit. data qualibet semiparabola R^BE, cuius basis RE, diameter BE, quæ reuoluatur cum sibi circumscripto parallelogrammo RB, circa BS: cylindrum RK, esse ad solidum ERBZk, vt parallelogrammum RB, ad semiparabolam ERB, cuius basis ER, diameter EB, quæ sit gradus dupli, gradus semiparabolæ reuolutæ circa SB; patet ex data quadratura infinitarum parabolarum, dari rationem cylindri RK, ad annulum ERBZk. Data hac ratione, dabitur etiam ex proposit. anteced. ratio cylindri Kk, vel ei æqualis oritur RB, circa RE, ad solidum ex ERB, circa RE.



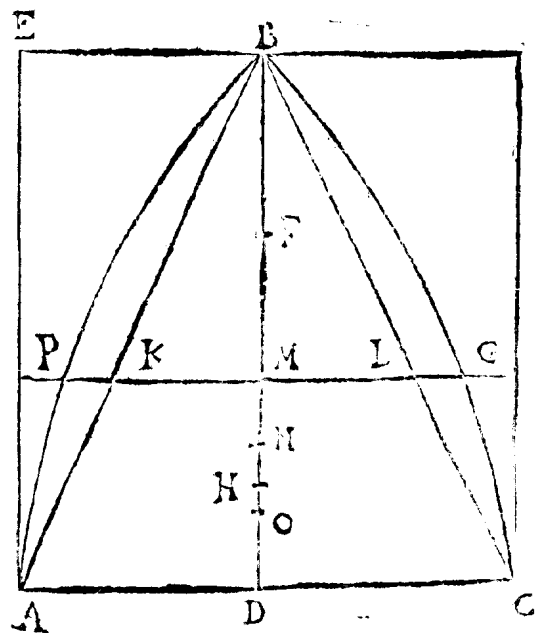
RE; nempe ad semifusum parabolicum. His datis dabitur etiam ratio illorum solidorum ad inuicem; & consequenter centrum æquilibrij semiparabolæ ERB, in EB; & consequenter centrum grauitatis parabolæ RBA, in diametro BE.

Sed hic notetur, parabolas inferuientes inuentioni centri grauitatis infinitarum parabolarum, non esse omnes, sed illas dumtaxat, quarum exponentes sunt numeri pares; quia hæc dumtaxat inferuunt inuentioni

uentioni rationis infinitorum cylindrorum RK, ad infinitos annulos ERBZk, vt luculenter explicatum fuit in admirabili scholio 4. citat. proposit. 4. lib. 4.

Insuper cum in varijs propositiõibus lib. prim. assignata fuerit ratio, quam habet quælibet pars parallelogrammi AS, ad quamlibet partem parabolæ RBA, quam pars parallelogrammi includit, & cum in cit. proposit. 4. lib. 4. & in eiusdem scholijs, assignata fuerit ratio ex illa simplici analogia, quam habet quælibet pars cylindri RC, ad quamlibet partem annuli ARBZC; v. g. ostensa sit ratio, quam habet cylindrus IK, ad partem annuli ex EITB, circa VB; patet ex proposit. antecedentibus, necdum dari rationem cuiuslibet partis cylindri RC, v. g. Ik, vel ei æqualis ex IB, circa IE, ad partem fusi ex ITBE, circa IE: sed etiam dari in BE, vel in VI, centrum æquilibrij segmenti ITBE, vel grauitatis duplicati segmenti ad partes BE, vel IV.

In proposit. autem 3. lib. 4. patuit cylindrum EC, esse ad quodlibet conoides parabolicum ABC, cuius exponens sit numerus par, vt parallelogrammum EC, ad parabolam ABC, cuius exponens sit subduplus exponentis conoidis. Quare, vt ibidem patuit, infinitæ parabolæ non inferuierunt inuentioni rationi infinitorum cylindrorum ad infinita conoidea, sed tantum ad ea, quorum exponentes sunt numeri pares. Eliciemus ergo ex antecedentibus



bus propositionibus, inferuire infinitas parabolas inuentioni rationi cylindrorum EC, vel eis æquallium factorum ex ED, circa EA, ad annulos ex ABD, circa AE, quorum exponentes sint numeri pares. Pariter eliciemus nos ex his habere centrum æquilibrij in basi AD, semiparabolarum ABD, quarum exponentes sunt numeri pares, & non omnium.

Patet ergo ex dictis, aliquod admirabile, & non minus eo, quod expositum fuit in prædicto schol. 4. proposit. 4. lib. 4. Hoc autem est, quod infinitæ parabolæ inferuiunt tam inuentioni centri grauitatis infinitarum

parabolarum in diametro, quam inuentioni centri æquilibrij infinitarum semiparabolarum in basi. At inuenimus centra grauitatis infinitarum parabolæ in diametro non adhibendo infinitas parabolas, sed illas tantum, quarum exponentes sunt numeri pares. E contra verò adhibendo infinitas parabolas, non inuenimus centra æquilibrij in basi infinitarum semiparabolarum, sed illarum tantum, quarum exponentes sunt numeri pares.

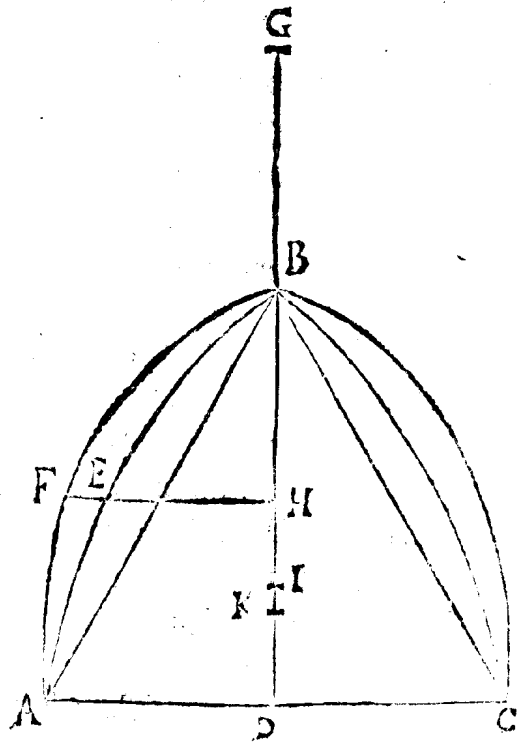
Ex cit. autem proposit. 3. lib. 4. & ex schol. eiusdem, possumus ex proposit. anteced. elicere rationem, quam habet cylindrus ex AM, circa EA, ad partem annuli ex APMD, circa EA, cuius exponentis sit numerus par. Et insuper centrum æquilibrij in AD, segmenti APMD, semiparabolæ ABD, cuius exponentis itidem sit numerus par. Hæc autem facile patent ex dictis.

Quot igitur solidorum manifestata sint centra grauitatis, potuit lector ex dictis cognoscere. Sed nolimus sub silentio relinquere aliqua, quæ nobis scitu digna videntur.

PROPOSITIO XLI.

Si super eadem basi, & circa eandem diametrum sint semihyperbola, & semiparabola. Tota semihyperbola cadet intra semiparabolam.

Sint semihyperbola AEBD, & semiparabola AFB D, quarum eadem basis AD, eademque



que diameter BD . Dico totam semihyperbolam
cadere intra semiparabolam. Sit GB , latus trans-
uerfum hyperbolæ, & accepto in BD , arbitrariè
puncto H , ordinatim applicetur HEF . Quo-
niam enim in hyperbola est ex primo conic. propo-
sit. 21. vt quadratum EH , ad quadratum AD , sic
rectangulum GHB , ad rectangulum GDB : &
in parabola est ex proposit. 20. eiusdem lib. quadra-
tum AD , ad quadratum FH , vt DB , ad BH ;
nempe vt rectangulum GDB , ad rectangulum
sub

sub GD , in BH : ergo ex æquali, erit quadratum
 EH , ad quadratum FH , vt rectangulum GHB ,
ad rectangulum sub GD , in BH . Sed rectangu-
lum GHB , minus est rectangulo sub GD , in BH .
Ergo & quadratum EH , minus erit quadrato FH .
Ergo & EH , minor erit FH . Punctum autem H ,
sumptum fuit arbitriè. Ergo omnes lin. & hyper-
bolæ minores erunt singulis lineis parabolæ. Patet
ergo propositum.

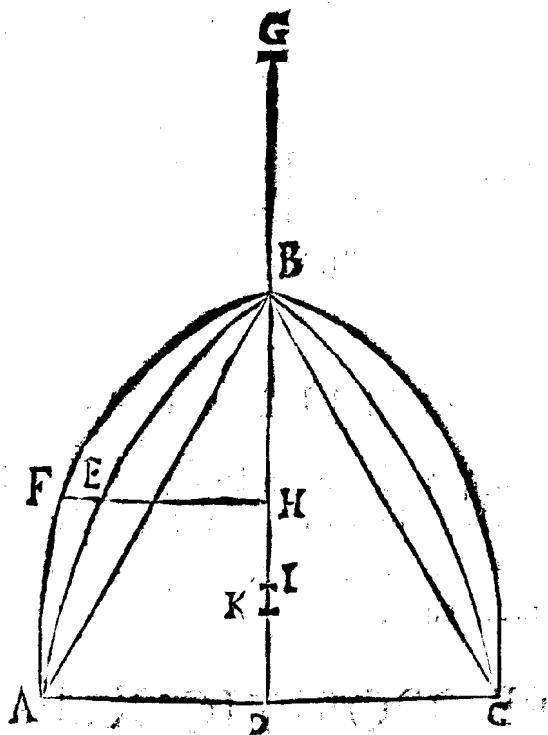
SCHOLIUM.

Patet ergo, quod si ex prædictis figuris intelligantur
genita conoidea hyperbolicum $AEB C$, & para-
bolicum $AFBC$, conoides hyperbolicum cadet
intra parabolicum.

PROPOSITIO XLII.

*Differentia supradictorum conoideorum centrum grauitatis
est medium punctum diametri.*

Sint ergo vt in proposit. anteced. conoidea hy-
perbolicum $AEB C$, & parabolicum $AFBC$.
Dico cent u n grauitatis excessus conoidis paraboli-
ci supra conoides hyperbolicum esse in medio BD .
In conoidib. s inscribatur conus ABC . Cum ergo
ex schol. proposit. 4. sit in medio BD , centrum
grauitatis tam totius, nempe excessus conoidis pa-
raboli-



parabolici supra conum ABC , quam partis; nempe excessus conoidis hyperbolici supra eundem conum. Ergo & reliquæ partis, nempe excessus conoidis parabolici supra conoides hyperbolicum erit centrum grauitatis in medio BD . Quod &c.

SCHOLIUM.

Sed cum in præfenti occurrerit modus alius compendiosus assignandi centrum grauitatis conoidis hyper-

hyperbolici diuersus ab illis, quos tradidimus supra in proposit. 13. & 14. nolumus ipsum omittere, sed præmittenda est sequens propositio eius manifestationi.

PROPOSITIO XLIII.

Differentia supradictorum conoideorum, est ad conoides hyperbolici um ut sexta pars diametri ad tertiam partem eiusdem, una cum dimidio lateris transfuersi.

IN schemate superiori. Dico excessum conoidis parabolici AFC , supra conoides hyperbolicum AEC , esse ut sexta pars DB , ad tertiam partem DB , cum dimidio GB . Quia nam enim ut elicitur ex proposit. 15 lib. 2. conoides parabolici est sesquialterum cono ABC ; ergo erit ad ipsum ut GD , ad duobus tertia GD ; nempe ut dimidium GD , ad tertiam partem GD . Rursum cum ex proposit. 5. 7. & 11. sit cylindrus conoidi hyperbolico circumscriptus, ad ipsum, ut GD , ad dimidiam GB , cum tertia parte DB ; erit conus ABC , tertia pars cylindri, ad conoides hyperbolicum, ut tertia pars GD , ad dimidiam GB cum tertia parte DB . Quare ex quali, erit conoides parabolici ad conoides hyperbolicum ut dimidium GD , ad dimidiam GB , cum tertia parte BD . Ergo & diuidendo, erit differentia conoideorum ad conoides

des hyperbolicum vt sexta pars DB, ad dimidium GB, cum tertia parte DB. Quod &c.

PROPOSITIO XLIV.

Centrum grauitatis conoidis hyperbolici sic diuidit ipsius diametrum vt pars ad verticem sit ad reliquam, vt latus transuersum cum subfesquitertia diametri, ad dimidium lateris transuersi cum quarta parte diametri.

ESto in schemate antecedenti conoides hyperbolicum $A E B C$, cuius diameter $D B$, latus transuersum $G B$, & sit k , eius centrum grauitatis. Dico $B K$, ad $k D$, esse vt $G B$, cum subfesquitertia $B D$, ad dimidiam $G B$, cum quarta parte $D B$. Est conoides parabolicum $A F B C$; & sit H , medium punctum $B D$, adeo vt sicuti elicitur ex propof. 42. sit centrum grauitatis differentiae conoideorum: pariter $B I$, sit dupla $I D$, adeo vt sit I , ex propofit. 14. lib 4. centrum grauitatis conoidis parabolici. Si ergo fiat $H I$, ad $I k$, vt dimidium $G B$, cum tertia parte $B D$, ad sextam partem $B D$; nempe ex propofit. anteced. reciprocè vt conoides hyperbolicum ad excessum conoidis parabolici supra ipsam, erit k , centrum conoidis hyperbolici. Tunc argumentetur sic. Quoniam $B I$, quadrupla est $I H$, ergo $B I$, erit ad $I k$, vt dupla $G B$, vna cum fesquitertia $B D$, ad sextam partem $B D$. Et componendo erit $B K$, ad $k I$, vt dupla $G B$, vna cum fesqui-

fesquitertia $B D$, & cum sexta parte eiusdem, ad sextam partem eiusdem. Cum autem $D I$, sit dupla $I H$, erit $k I$, ad $I D$, vt sexta pars $B D$, ad $G B$, cum duabus tertijs partibus $B D$. Et diuidendo, erit $I k$, ad $k D$, vt sexta pars $B D$, ad $G B$, cum dimidia $B D$. Quare ex æquali, erit $B k$, ad $k D$, vt dupla $G B$, cum fesquitertia $B D$, & cum sexta parte eiusdem, ad $G B$, cum dimidia $B D$. Et vt horum terminorum dimidia. Ergo $B k$, erit ad $k D$, vt $G B$, cum subfesquitertia $D B$, ad dimidiam $G B$, cum quarta parte $B D$. Quod &c.

SCHOLIUM.

In nostro libello 60, problematum geometricorum ostendimus in propofit. 53. quandam proprietatem communem conoidibus parabolico, & hyperbolico, portionibus sphaerae, & sphaenoidis, & etiam cono. Alia proprietates communis omnibus praedictis solidis reperitur circa illorum grauitatis centrum. Hanc in sequentibus patefaciemus, sed prius ostendemus aliqua, quae vtique non videntur turpiora, & sunt praemitenda.

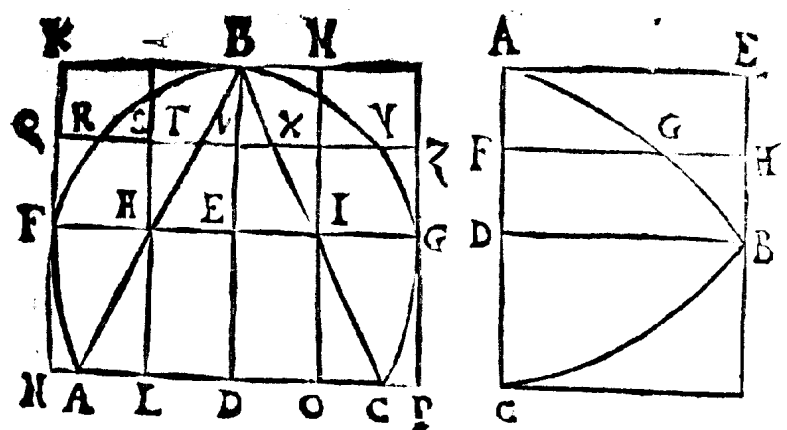
PROPOSITIO XLV.

Si in qualibet sphaera, portione inscribatur conus, qui portio cum cono secetur plano basi parallelo secante axim bifariam, & intelligatur tubus cylindricus circa eundem

axim

axim cum portione, cuius basis sit armilla excessus circuli facti in portione, supra circumulum factum in cono à plano secante. Hic erit ad excessum portionis supra conum tam secundum totum, quam secundum partes proportionales, vt parallelogrammum circumscriptum parabole quadratica ad ipsam; dummodo hæc secetur secundum diametro parallelas.

Sit ABC, quælibet portio sphaeræ, in qua intelligatur inscriptus conus ABC, sectoque axi BD, bifariam in E, ducatur per E, planum FEG, plano ADC, parallelum, faciens in cono circumulum HEI; intelligamus tubum cylindricum k LMP, circa eundem axim BD, cuius basis armilla NLP, æqualis armillæ FHG: pariter in secunda figura intelligamus parabolam quadraticam ABC, cuius axis BD, basis vero AC, sit æqualis axi BD, portionis, & ei sit circumscriptum parallelogrammum. Dico tubum cylindricum k LMC, esse ad excessum portionis ABC, supra conum ABC, vt parallelogrammum EC, ad parabolam ABC. Sumatur in BD, axi portionis arbitrariè punctum V, per quod traiciatur planum QZ, plano AC, parallelum secans omnia solida vt in schemate; & pariter in parabola facta AF, æquali BV, per F, ducatur FGH, parallela DB. Quoniam enim rectangulum DEB, est ad rectangulum DVB, vt rectangulum AHB, ad rectangulum ATB, quia proportionales horum rectangulorum componuntur ex iisdem



dem proportionibus; & rectangulis in circulo AHB, ATB, sunt æqualia rectangula FHG, RTY; ergo vt rectangulum DEB, ad rectangulum DVB, sic rectangulum FHG, seu QSZ, ad rectangulum RTY. Sed vt rectangulum QSZ, ad rectangulum RTY, sic armilla circularis QSZ, ad armillam circulearem RTY. Ergo vt armilla ad armillam, sic rectangulum DEB, ad rectangulum DVB. Sed vt rectangulum DEB, in portione ad rectangulum DVB, sic rectangulum CDA, in parabola ad rectangulum CFA; & vt rectangulum CDA, ad rectangulum CFA, sic DB, seu FH, ad FG, ex schol. proposit. 22. lib. prim. Ergo vt armilla circularis QSZ, ad armillam circulearem RTY, sic HF, ad FG. Cum vero puncta V, F, sumpta sint arbitrariè; ergo concludemus omnes armillas circulares tubi parallelas armillæ NLP, esse ad omnes armillas circulares excessus portionis supra conum, X paral-

parallelas eidem armillæ NLP, vt omnes lineæ parallelogrammi CE, parallelæ DB, ad omnes lineas parabolæ itidem parallelas DB. Quare etiam tubus ad excessum, erit vt parallelogrammum ad parabolam.

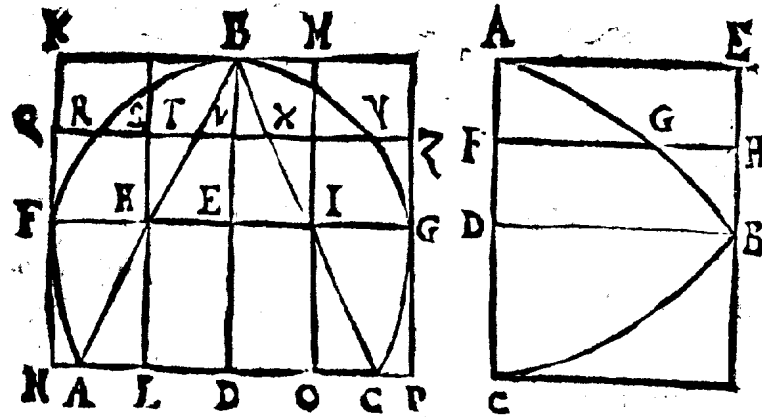
Hoc autem quod probatum fuit de totis, patet eodem modo probari posse de partibus proportionalibus. V. g. eodem modo probare poterimus, partem tubi KZ, esse ad partem excessus inter plana kM, QZ, contentam, vt parallelogrammum AH, ad portionem AGF. Quare patet propositum.

SCHOLIUM I.

Cum ergo ex schol. prim. proposit. 1. lib. prim. sit parallelogrammum EC, sesquialterum parabolæ, etiam tubus erit sesquialter prædicti excessus. Imò ex propositionibus varijs eiusdem lib. prim. habebimus varias rationes partium tubi contentarum inter plana plano AC, parallela. Quæ autem hæ sint relinquimus lectori considerare ex illis propositionibus, in quibus assignantur rationes variarum partium parallelogrammi CE, ad varia segmenta parabolæ.

SCHOLIUM II.

Ad modum ergo persæpe rememorationum, possumus deducere, excessum portionis ABC, supra suum



suum conum, & parabolam esse quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Vnde quantum ad magnitudinem, patet illum excessum secari à plano FG, bifariam, sicuti etiam parabola secatur bifariam à diametro, sed sic bifariam, vt partes supra, & infra planum FG, sint semper similes, & æquales tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quantum vero ad grauitatem, patet in primis centrum grauitatis prædicti excessus esse in medio BD, sicuti in medio AC, basi parabolæ, est centrum æquilibrij parabolæ. Insuper patet dimidij excessus superioris centrum grauitatis sic secare BE, vt pars ad B, sit ad partem ad E, vt 5, ad 33 quod habetur ex schol. 2. proposit. 2. lib. 3. In eadem ratione secatur DE, à centro grauitatis partis inferioris, adeo vt pars ad D, terminata, sit ad partem

X 2 ter

terminatam ad E , ut 5 , ad 3 . Patet etiam ex dictis in varijs propositionibus lib. 3. qualiter possumus habere centrum gravitatis variorum segmentorum dicti excessus, sicuti habemus centrum æquilibrii in basi AC , variorum segmentorum parabolæ.

Sed duo etiam adnotentur. Primum est, magnitudinibus in schol. 3. propos. 26. ostensis proportionaliter analogis, associari etiam excessum prædictum supra conum. Alterum est, quod quæ dicta sunt de excessu portionis sphaeræ supra suum conum, intelligenda etiam sunt de excessu portionis spheroidis supra suum conum. Quia in lib. 4. de infinit. parabolis, probata est perpetua analogia reperta inter proportionales partes sphaeræ, & spheroidis.

PROPOSITIO XLVI.

Si in quolibet conoide hyperbolico, & parabolico quadrato; item in quolibet sphaera, vel spheroidis portione inscribatur conus. Centrum gravitatis excessus prædictorum solidorum supra suos conos erit in medio puncto diametri ipsorum.

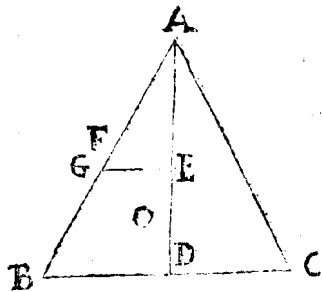
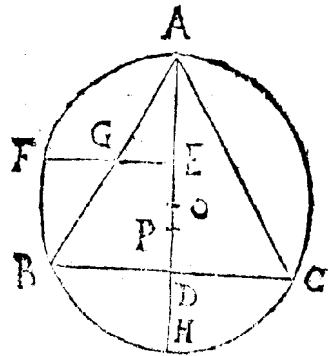
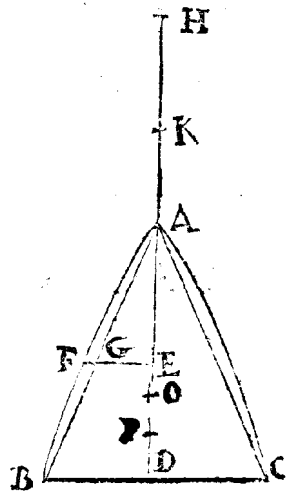
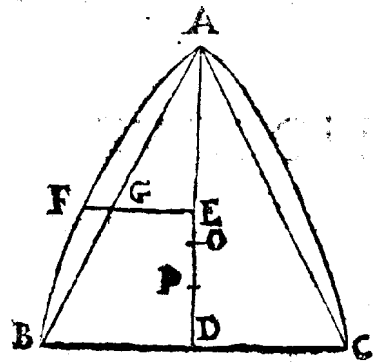
Sit conoides parabolicum quadraticum, ut in prima figura in schem. sequent. BAC , vel hyperbolicum ut in secunda; vel quælibet portio sphaeræ, vel spheroidis ut in tertia, & in titis solidis intelligantur inscripti conus BAC . Dico centrum gravitatis excessuum prædictorum solidorum supra
conos

conos esse in E , diuidente bifariam AD . De excessu conoideorum supra conos, patuit in scholio proposit. 6. De excessu portionis sphaeræ, vel spheroidis patuit in anteced. proposit. Quare quoad omnia patet propositum.

PROPOSITIO XLVII.

Si in solidis antecedentis propositionis inscribantur conus ut dictum est, & sectæ diametris ipsorum bifariam ordinatum applicentur lineæ, secantes latus conorum inscriptorum. Diametri prædictorum solidorum, & etiam conus, sic secabuntur ab ipsorum centrīs gravitatis, ut partes terminatæ ad verticem sint ad partes terminatas ad basim ut quadratum ordinatum applicatæ, una cum duobus quadratis ductæ in conis, ad quadratum ordinatum applicatæ.

Sint ergo solida ut in antecedenti propositione, & insuper etiam conus, ut in quarta figura BAC , quorum diametri AD , sint sectæ bifariam in E , & ordinatum applicentur EGF ; sitque horum centrum gravitatis punctum O . Dico AO , esse ad OD , ut quadratum FE , cum duobus quadratis GE , ad quadratum FE . In cono res est manifesta, quia sicuti AO , est tripla OD , sic tria quadrata GE , sunt tripla unius quadrati GE . In alijs sic patebit. Fiat DP , quarta pars DA . Ergo P , erit centrum gravitatis conorum. Cum ergo ex proposit.



posit. anteced. sit etiam **F**, centrum gravitatis excessus solidorum supra conos, & ex supposito, sit **O**, centrum gravitatis solidorum; ergo erit reciproce ut **PO**, ad **OE**, sic excessus solidorum supra conos ad ipsos conos. Et componendo, ut **PE**,
ad

ad **OE**, sic solida ad ipsos conos. Sed ex proposit. 53. lib. nostri sexaginta problematum geometricorum, solida sunt ad conos ut quadrata **FE**, **EG**, ad duplum quadratum **EG**. Ergo & **PE**, erit ad **EO**, ut quadrata **FE**, **EG**, ad duplum quadratum **EG**. Et antecedentium dupla. Ergo ut **DE**, ad **EO**, sic duo quadrata **FE**, cum duobus quadratis **EG**, ad duo quadrata **EG**. Ergo & per conversionem rationis ut **ED**, ad **DO**, sic duo quadrata **FE**, cum duobus quadratis **EG**, ad duo quadrata **FE**; nempe sic dimidium ad dimidium, scilicet sic quadrata **FE**, **EG**, ad quadratum **FE**. Et ut antecedentium dupla. Ergo ut **AD**, ad **DO**, sic duo quadrata **FE**, cum duobus quadratis **GE**, ad quadratum **FE**. Et diuidendo ut **AO**, ad **OD**, sic quadratum **FE**, cum duobus quadratis **GE**, ad quadratum **FE**. Quod erat ostendendum.

SCHOLIUM.

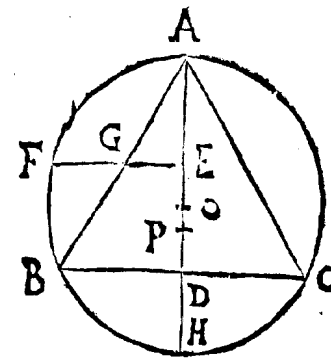
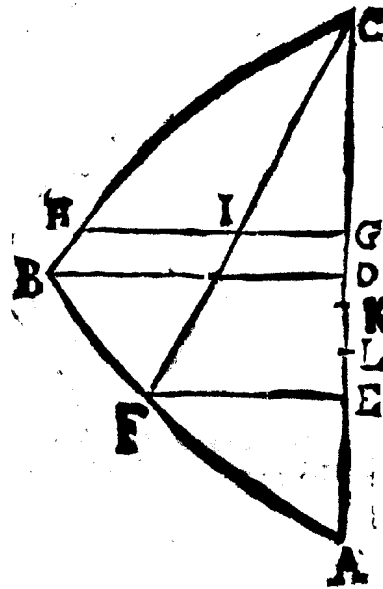
Cum ergo in progressu demonstrationis probatum sit, esse **DF**, ad **EO**, ut duo quadrata **FE**, cum duobus quadratis **GE**, ad duo quadrata **GE**; nempe ut quadrata **FE**, **EG**, ad quadratum **EG**; ergo etiam diuidendo, erit **DO**, ad **OE**, ut quadratum **FE**, ad quadratum **GE**. Quod etiam patet verificari in cono. Sed ex hac propositione, & ex analogia, quæ reperitur inter parabolam quadraticam, & sphaeram, potest colligi quaedam propositio

positio vniuersalis in qualibet portione parabolæ quadraticæ.

PROPOSITIO XLVIII.

Si in quacunque portione parabolæ quadraticæ resecta linea diametro parallela inscribatur triangulum, & basis portionis parabolæ secetur bifariam, & per punctum bisectionis ducatur parallela diametro. Centrum æquilibrij secundum basim prædictæ portionis sic secabit basim, ut pars ad curuam terminata sit ad reliquam, ut parallela diametro ducta à puncto bisectionis, una cum intercepta inter punctum bisectionis, & latus trianguli, ad prædictam parallelam diametro.

Esto parabola ABC, quadratica, cuius basis AC, diameter BD, & sit qualibet eius portio EFBC, resecta FE, diametro BD, parallela, & in portione sit inscriptum triangulum CFE; sitque CE, secta bifariam in G, & per G, ducatur GIH, parallela diametro, sitque K, centrum æquilibrij in basi portionis EFBC. Dico CK, esse ad kE, vt HG, cum GI, ad HI. In tertia figura schematis anteced. propos. intelligatur portio sphæræ, vel sphæroidis BAC, proportionalis EFBC, portioni parabolæ, & intelligantur in ea omnia, quæ supra. Ergo CK, erit ad kE, in portione parabolæ, vt AO, ad OD, in portione sphæræ; nempe ex propo. anteced. vt duplum quadratum CE, cum



cum quadrato FE, ad quadratum FE. Sed cum CE, sit dimidia BD, eius quadratum erit quarta pars quadrati BD; & duo quadrata GE, erunt dimidium quadrati BD. Ergo AO, ad OD, & Ck, ad kE, in portione parabolæ, erunt vt quadratum FE, cum dimidio quadrati BD, ad quadratum FE; nempe vt dimidium rectanguli HDA, cum rectangulo HEA, ad rectangulum HEA. Sed vt illa plana ad inuicem in portione sphæræ, sic in portione parabolæ quadraticæ dimidium rectanguli AEC, cum rectangulo AGC, ad rectangulum AGC. Ergo & vt Ck, ad kE, sic dimidium rectanguli AEC, cum rectangulo AGC, ad rectangulum Y gulum

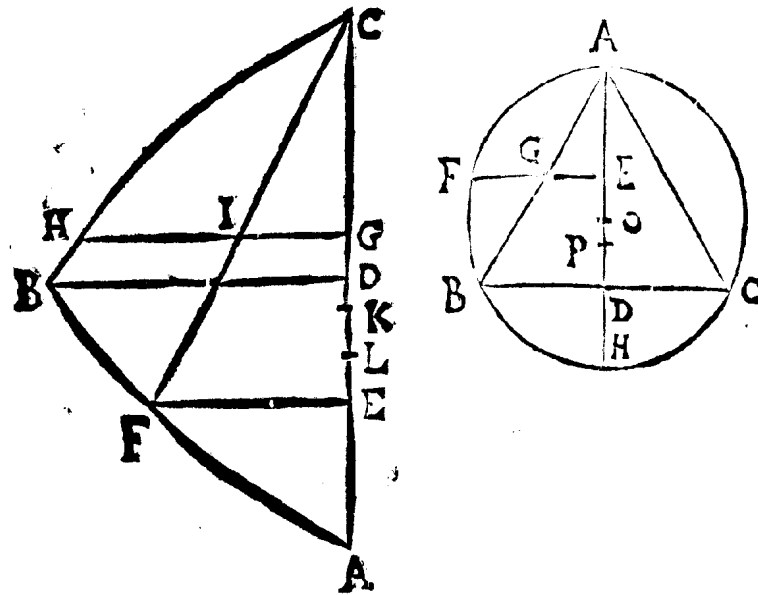
gulum AGC . Sed vt hæc plana ad inuicem sic dimidia FE , nempe GI , cum HG , ad HG . Quare & vt Ck , ad kE , sic GI , cum GH , ad GH . Quod erat ostendendum.

SCHOLIUM I.

Sed ex progressu demonstrationis potest etiam facile probari esse Ck , ad kE , vt AE , cum AG , ad AG . Nam cum probatum sit esse Ck , ad kE , vt dimidium rectanguli AEC (nempe vt rectangulum AE, GC) simul cum rectangulo AGC , ad rectangulum AGC . Patet hæc rectangula ob commune latus CG , esse vt AE, AG , ad AG . Quare & sic Ck , ad kE .

Illiciet ergo lector facile, esse Ek , ad kG , vt HG , ad dimidiam GI ; vel vt GA , ad dimidiam AE . Ex quibus etiam patebit in portione BAC , sphaerae, vel sphaeroidis esse AO , ad OD , vt DH , HE , ad HE . Et DO , esse ad OE , vt EH , ad dimidiam HD .

Sed hæc, quæ probata fuerunt ex analogia reperita inter portiones parabolæ, & sphaerae, p[ro] sunt absolute probari ex proprijs ipsius parabolæ. Nam cum FBC , sit vt è parabola ex prim. conic. proposit. 47. cuius diameter HI , erit in G , centrum æquilibrij parabolæ FBC , appensa secundum CE . Fiat CL , dupla LE . Ergo L , erit centrum æquilibrij trianguli EFC , appensa secundum CF . Ergo



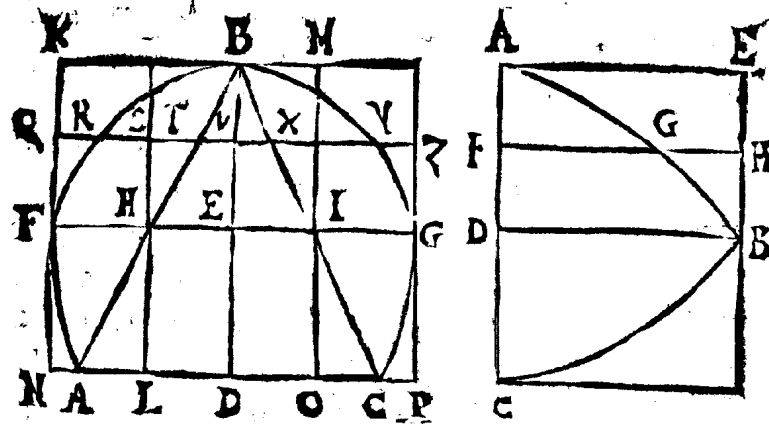
go erit reciprocè vt Lk , ad kG , sic FBC , ad triangulum FCE . Et componendo, erit LG , ad Gk , vt portio $EFBC$, ad triangulum EFC . Sed cum ex schol. proposit. 17. lib prim. sit conuertendo, portio ad parallelogrammum duplum trianguli, vt dimidia AE , vna cum sexta parte CE , ad AE ; & ad ipsum triangulum, vt idem antecedens ad dimidiam AE . Ergo erit etiam, vt LG , ad GK , sic dimidia AE , cum sexta parte CE , ad dimidiam AE . Ergo & vt antecedentium tripla. Ergo vt EG , tripla LG , ad Gk , sic sesquialtera AE , cum dimidia CE , ad dimidiam AE . Et per conuersionem rationis, vt GE , ad EK , sic sesquialte-

12 AE, cum dimidia CE, ad dimidiam CE, cum AE. Et rursus ut antecedentium dupla. Ergo ut CE, ad EK, sic CE, cum tripla AE, ad dimidiam CE, cum AE. Ergo & diuidendo, ut dimidia CE, cum dupla AE, ad dimidiam CE, cum AE, sic CK, ad KE. Sed ut dimidia CE, cum dupla AE, nempe ut GA, cum AE, ad dimidiam CE, cum AE, nempe ad GA, sic sumpta communi altitudine CG, rectangulum AGC, cum rectangulo sub AE, in GC, ad rectangulum AGC: Et ut rectangulum AGC, cum rectangulo AE, GC, ad rectangulum AGC, sic HG, cum dimidia FE, nempe cum IG, ad HG. Quare & ut CK, ad KE, sic HG, cum GI, ad HG. Quod erat ostendendum.

SCHOLIUM II.

Sed cum in schol. 2. prop. 45. probatum sit parabolam quadraticam, sphaeram, & sphaeroides esse quantitates proportionaliter analogas cum tribus alijs solidis, sequitur etiam in illis currere supra explicatum compendium circa illorum centra grauitatis. Quoniam ergo excessus, in schemate sequenti, portionis ABC, sphaerae, vel sphaeroidis supra conum ABC, est proportionaliter analogus cum parabola quadratica ABC; sequitur inquam, quod si prius fecerit plano FEG, deinde plano RVY, secante BE, bifariam in V, quod centrum grauitatis partis

ex.



excessus ex FBH, reuoluta circa BE, sic secabit BE, ut pars terminata ad B, sit ad partem terminatam ad E, vel ut rectangulum RTY, cum dimidio rectanguli FHG, ad rectangulum RTY: vel ut rectangulum ATB, cum dimidio rectanguli AHB, ad rectangulum ATB: vel ut rectangulum DVB, cum dimidio rectanguli DEB, ad rectangulum DVB: vel compendiosius, ut EO, DV, ad DV: seu, quod idem est, ut AH, AT, ad AT. Pariter sequitur, quod EV, sic secabitur à praedicto centro, ut pars terminata ad E, sit ad partem terminatam ad V, ut VD, ad dimidiam DE: seu ut TA, ad dimidiam AH: seu ut rectangulum BVD, ad dimidium rectanguli BED: seu ut rectangulum BTA, ad dimidium rectanguli BHA: seu tandem ut rectangulum RTY, ad dimidium rectanguli FHG.

Item cum in schem. posito in schol. prop. 40. supposito

sito RBZ, ABC, esse conos, probatū sit ibidem excessum cylindri RC, supra illos conos esse proportionaliter analogum cum parabola quadratica; sequitur, quod si predictus excessus secetur plano LPM, deinde supponamus rursus secari plano ITX, secante bifariam SG, in V: sequitur inquam SG, secari à centro gravitatis partis excessus geniti ex revolutione segmenti LPBTR, in predictis rationibus.

Tandem inspiciatur schema positum in propost. 26. in quo ex cit. schol. annulus latus ex hyperbola ABC, circa KM, probatus fuit proportionaliter analogus cum parabola quadratica AOC. Si ergo illæ annulus secetur prius vbilibet plano NBV, deinde plano IST, secante bifariam KL, in puncto, in quo ipsam fecat: eadem compendia supra exposita colligemus circa centrum gravitatis portionis annuli ex portione hyperbolæ ABN. Hæc enim omnia patent ex dictis, & lector memor si predictorum facile percipiet. Nè ergo ipsi tædium afferamus ad alia transeamus.

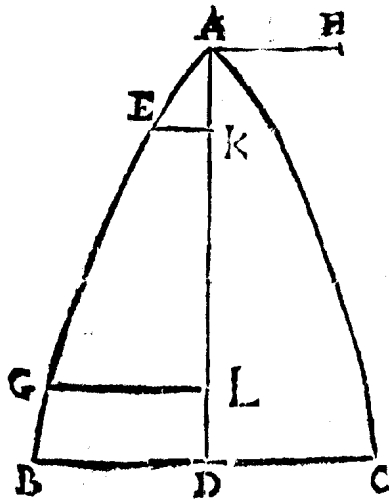
Parabola quadratica habet lineam quandam, quæ appellatur parameter, seu latus rectum; cuius natura est, vt quadrata ordinatim applicatarum, æqualia sint rectangulis contentis sub hac, & sub portionibus axis abscissis versus verticem ab ordinatim applicatis. Hanc proprietatem habent quoque aliæ infinitæ parabolæ, sed suo modo: ad eovt in qualibet sit assignabimus quædam lineam, vt potestates ordinatim

natim applicatarum parabolæ congruentes, æquales sint potestatibus factis sub predictis abscissis ab ordinatim applicatis, & sub potestate talis lineæ vno gradu depressoire potestate parabolæ. Sit ergo.

PROPOSITIO XLIX.

Si fiat vt diameter parabola ad semibasim, sic huius potestas vno gradu depressoire potestate parabolæ ad similem potestatem lineæ inveniendæ, Potestates applicatarum ordinatim in parabola eiusdem gradus cum parabola, æquales erunt factis sub abscissis diametri versus verticem ab ordinatim applicatis, & sub potestate lineæ inveniendæ, vno gradu depressoire potestate parabolæ.

Esto quælibet parabola BAC, in qua fiat vt diameter AD, ad semibasim DB, sic potestas huius vno gradu depressoire potestate parabolæ, ad similem potestatem AH: v.g. si parabola est quadratica, sic DB, ad AH; si est cubica, sic quadratum DB, ad quadratum AH; si est quadriatoquadratica, sic cubus DB, ad cubum AH. Dico, quod si ordinatim applicentur GL, Ek, potestas GL, eiusdem g ad s cum parabola æqualis erit facto sub LA, & sub potestate AH, vno gradu depressoire potestate parabolæ, & sic de cæteris. Quoniam enim vt AD, ad DB, sic potestas DB, vno gradu depressoire potestate parabolæ, ad similem potestatem



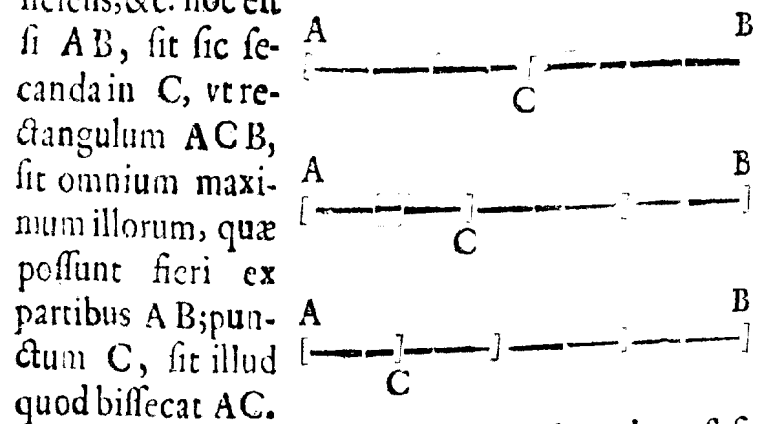
tem AH; ergo factum sub DA, & sub prædicta potestate AH, erit æquale potestati BD, eiusdem gradus cum parabola. Cum autem sic ex genesi parabolæ, ut potestas BD, eiusdem gradus cum parabola ad similem potestatem GL, sic DA, ad AL. Et ut DA, ad AL, sic factum sub DA, & sub potestate AH, vno gradu depresso potestate parabolæ, ad factum sub LA, & sub prædicta potestate AH. Ergo & ut factum sub DA, & sub tali potestate AH, ad factum sub LA, & sub potestate AH, sic potestas BD, eiusdem gradus cum parabola ad similem potestatem GL. Ergo & per utendum, ut factum sub DA, & sub tali potestate AH, ad potestatem BD, eiusdem gradus cum parabola, sic factum sub LA, & sub potestate AH, ad potestatem

177
 statem GL, eiusdem gradus cum parabola. Cum autem factum sub DA, & sub potestate AH, ostensum fuerit æquale potestati prædictæ BD. Ergo & factum sub LA, & sub potestate AH, erit æquale potestati GL. Idem patebit de reliquis. Quare etiam patebit propositum.

SCHOLIUM.

Sed lubet huic tractatui finem imponere infinitarum parabolæ tangenti-
 bus, ac maximis inscripti-
 bilibus, minimisque circumscriptilibus infinitis paraboli-
 bus, infinitis conoidibus, ac semifusis parabo-
 licis. Pro quibus reperiendis nobis necessaria est
 doctrina quædam, quæ cum sit nimis prolixa, ex alijs
 est petenda. Euclides in 6. Elementorum libro, pro-
 posit. 27. ostendit. *Omni-
 um parallelogrammorum ad
 eandem rectam lineam applicatorum, & deficientium figu-
 ris parallelogrammis similibus, & similiter positis ei, quæ
 à dimidia describitur, maximum est quod ad dimidiam est
 applicatum, simile existens defectui.* Quod Euclides de-
 monstravit in planis, Eutocius de sphæra, & cylind.
 proposit. 3. Bonaventura Cavalieri, in exercit. 6.
 proposit. 28. Ricardus Albius in suo hemisphæ. dis-
 secto. proposit. 42. extenderunt suo modo ad solida,
 patefacientes. *Omni-
 um parallelepipedorum ad eandem
 rectam lineam applicatorum cubisque deficientium, maxi-
 mum esse, quod ad tertiam illius partem applicatur.* Hanc
 denique doctrinam Petrus Paulus Carauaggius Me-
 Z die-

diolanensis eruditissimus geometra in sua geometria applicationum, ampliauit ad altiores potestates, ostendendo applicationem aliarum potestatum seruire similem ordinem partium ad quas fit applicatio; adeo vt magnitudo ad quam fieri debet applicatio sit secunda in tot partes quora est magnitudo, quæ debet applicari, in ordine graduum; & applicatio sit facienda ad illarum vnicam. V.g. si ad partem datæ AB, sit applicandum parallelogrammum dificiens, &c. hoc est



Si vero sit applicandum parallelepipedum, hoc est si AB, taliter sit secanda in C, vt solidum factum sub AC, in quadratum CB, sit omnium maximum; AC, debet esse tertia pars AB. Si vero sit applicandum planoplanum, adeo vt factum sub AC, in cubum CB, sit omnium maximum. AC; debet esse quarta pars AB. Et sic in infinitum in altioribus potestatibus. Hæc ergo doctrina nobis est necessaria pro imposterum dicendis. Quam etiam le-
ctor

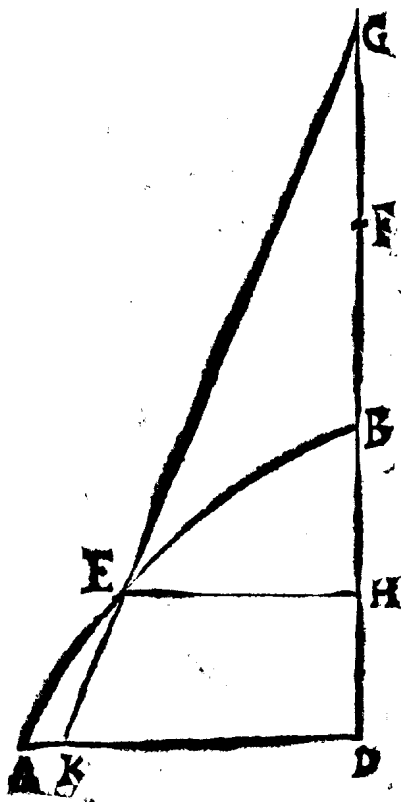
ctor debet supponere, vel in citat. opere Carauaggij inspiceret.

PROPOSITIO L.

Si in qualibet infinitarum parabolarum sumatur aliquod punctum à quo ad diametrum recta linea ordinatim applicetur, diameterque ita producat ut pars extra parabolam sit ad partem diametri abscissam ab ordinatim applicata versus verticem ut numerus parabola vnitate minutus ad vnitatem. Recta linea, quæ ab extremitate inuenta linea ducitur ad illud punctum, quod sumptum fuerat, parabolam continget.

ESto quælibet semiparabola cuius vertex B, diameter BD, & in curua parabolica sumatur quodlibet punctum E, per quod ordinatim applicetur EH, producatque HB, in G, vt GB, sit ad BH, vt numerus parabola vnitate minutus ad vnitatem: v.g. si parabola sit quadratica, fiat æqualis BG, ipsi BH: si sit cubica sit GB, dupla BH, & sic in infinitum (supponatur in præfenti parabolam esse cubicam) & iungatur GE. Dico hanc parabolam contingere. Si non, cadat intra; & intelligatur ordinatim applicata AkD. Quoniam AD, maior est DK, ergo quælibet potestas AD, maior erit qualibet potestate KD, eiusdem gradus. Ergo quælibet potestas AD, eiusdem gradus cum parabola ad potestatem EH, eiusdem gradus, habebit

maiolem rationem quam similis potestas KD , ad eandem potestatem EH . V. g. maior erit ratio cubi AD , ad cubum EH , quam cubi kD , ad eundem cubum EH . Sed ut potestas AD , ad potestatem EH , sic ex natura parabolæ, DB , ad BH ; & ut DB , ad BH , sic factum sub DB , & sub potestate BG , vno gradu inferiori potestate parabolæ, ad factum sub eadem potestate GB , & sub BH . Ergo maior erit ratio facti sub DB , & sub tali potestate BG , ad factum sub HB , & sub eadem potestate BG , ratione potestatis kD , eiusdem gradus cum parabola, ad similem potestatem EH . V. g. maior erit ratio facti sub DB , & sub quadrato BG , ad factum sub HB , & sub quadrato BG , ratione cubi KD , ad cubum EH . Sed ut potestas KD , ad similem potestatem EH , sic similis potestas DG , ad similem potestatem GH . Ergo & factum sub DB , & sub potestate BG , vno gradu depressoiori potestate parabolæ, ad simile



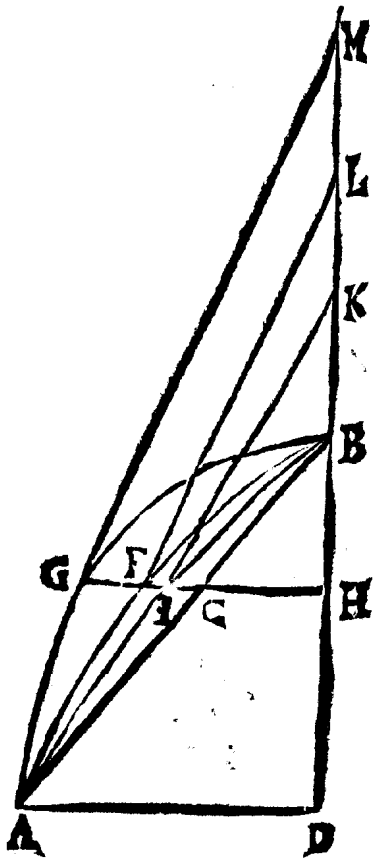
simile factum sub HB , & sub eadem potestate BG , erit in maiori ratione quam potestas DG , eiusdem gradus cum parabola ad similem potestatem GH . Ergo & permutando primum factum ad potestatem DG , erit in maiori ratione quam secundum factum ad potestatem GH . V. g. factum sub DB , in quadratum BG , habebit ad cubum DG , maiolem rationem, quam factum sub HB , & sub quadrato BG , ad cubum HG . Quod implicat, quia factum sub DB , & sub potestate BG , est in minori ratione ad potestatem DG , & non in maiori. Quia ex doctrina scholij anteced. factum sub HB , & sub potestate BG , est omnium maximum homogeneorum sub partibus HG ; non sic factum sub DB , & sub potestate BG , est maximum homogeneorum sub partibus DG . V. g. factum sub HB , & sub quadrato BG , est maximum omnium parallelepipedorum applicabilium ad partem HG , non sic est maximum factum sub DB , & sub quadrato BG , applicabilium ad partem DG . Quare patet propositum.

SCHOLIUM.

Ex dictis facile eliciemus, quod si circa diametrum BD , & super eadem basi AD , intelligamus infinitas semiparabolas, & accepto in diametro BD , puncto H , ducatur $HCEFG$, parallela AD , secans omnes curvas parabolicas, & pariter intelligamus infinitas tangentes KE , LF , MG , &c. eliciemus inquam, triangula infinita CBH , EKH , FLH , GMH ,

GMH, &c. esse talis naturæ vt latera HB, HK, HL, HM, &c. sint in continua proportione Arithmetica; bases vero EH, FH, GH, &c. sint maiores omnium mediarum proportionalium reperibilium inter AD, CH. Primum patet, quia HB, Bk, kL, LM, &c. sunt omnes æquales. Secundum patet; quia cum sit vt quadratum AD, ad quadratum EH, sic DB, ad BH, seu AD, ad CH; EH, erit media proportionalis inter AD, CH. Item cum sit vt cubus AD, ad cubum FH, sic DB, ad BH, seu AD, ad CH; erit FH, maior duarum mediarum inter AD, CH. Et sic dicatur de cæteris.

Notetur etiam, quod à supradicta regula inueniendi tangentem non excluditur prima parabola, nempe triangulum. Si enim in triangulo ABD, sit datum punctum C, ad quod debeat duci tangens; ducta CH, imperat regula generalis producendam esse



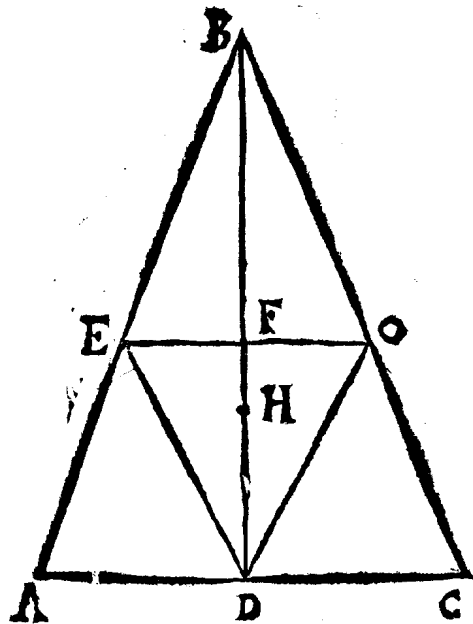
esse HB, vt pars ultra B, sit ad BH, vt numerus parabolæ vnitate minutus, nempe vt nihil, ad vnitatem. Ergo HB, non est producenda, sed à puncto B, ad C, ducenda est linea, quæ vtique quodammodo potest dici tangere triangulum, quia ipsam non secat.

PROPOSITIO LI.

Maximum triangulum inscriptum in quolibet triangulo, est cuius basis bifariam diuidit diametrum circumscripti.

ESTO triangulum ABC, cuius diameter BD, quæ secetur in F, bifariam à base EO, trianguli EDO. Dico triangulum EDO, esse maximum omnium inscribibilium in triangulo ABC. Quoniam enim triangulum ABC, ad triangulum EDO, habet rationem compositam ex ratione AC, ad EO. (nempe ex ratione DB, ad BF) & ex ratione BD, ad DF; & hæ duæ rationes componunt rationem quadrati BD, ad rectangulum BFD. Ergo triangulum ABC, erit ad EDO, vt quadratum DB, ad rectangulum BFD. Sed rectangulum BFD, est maximum omnium rectangulorum factibilium ex partibus BD, in puncto diuise. Ergo etiam triangulum EDO, erit maximum omnium inscribibilium intra ABC. Quod &c.

SCHO-



SCHOLIUM.

Notetur obiter centrum grauitatis amborum triangulorum ABC , EDO , esse idem punctum. Sit enim H , centrum grauitatis trianguli ABC . Ergo qualium BD , est 6, & DF , 3, BH , erit 4, DH , 2, & HF , 1. Ergo H , erit etiam centrum grauitatis trianguli EDO .

PROPOSITIO LII.

Maximus conus inscriptibilis in quolibet cono, est cuius diameter est tertia pars circumscripti.

Hæc

Hæc proposit. ostenditur etiam ab Albio in hemisphæ. diffec. proposit. 44. Sed supponamus ABC , EDO , esse conos, & DF , esse tertiam partem DB . Dico conum EDO , esse maximum omnium, &c. Nam, cum conus ABC , ad conum EDO , habeat rationem compositam ex ratione quadrati AD , ad quadratum EF (nempe quadrati DB , ad quadratum BF) & ex ratione DB , ad DF ; & cum hæc duæ rationes componant rationem cubi BD , ad factum sub quadrato BF , & sub FD ; ergo ABC , erit ad EDO , vt cubus BD , ad factum sub quadrato FB , & sub FD . Cum ergo hoc factum sit maximum omnium homogeneorum ipsi factorum ex partibus BD , in puncto diuisæ. Ergo etiam conus EDO , erit maximus omnium inscripibilem &c. Quod &c.

SCHOLIUM.

Sed hæc etiam obiter notetur centrum grauitatis amborum conorum esse idem punctum. Sit enim rursus H , centrum grauitatis coni ABC . Ergo qualium BD , est 12, DF , 4, & DH , 3, talium HF , est 1. Ergo H , erit centrum grauitatis etiam coni EDO .

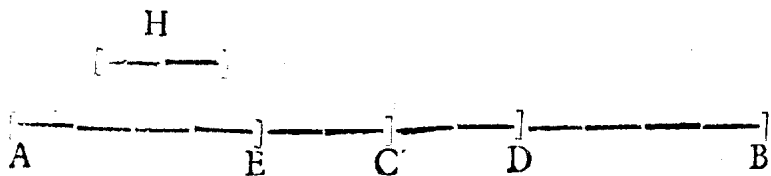
Pariter notetur, conum ABC , esse ad conum EDO , vt 27, ad 4. Nam sic est cubus BD , ad factum sub quadrato BF , & sub FD .

Aa PRO.

PROPOSITIO LIII.

Datam AD, taliter producere in B, ut BD, sit ad excessum DA, supra dimidiam AB, in data proportione.

Data ratio sit, quam habet AD, ad H, & sic secetur AD, in E, ut sit AE, ad ED, ut H, ad dimidiam AD, & ipsi DE, fiat æqualis DB. Ergo si AB,



diuidatur bifariam in C, punctum C, cadet inter A, D. sic ergo AB, diuisa bifariam in C. Quoniam AE, est æqualis AB, minus EB, ergo etiam dimidia AE, erit æqualis dimidiæ AB, minus dimidia EB. Sed CB, est dimidia AB, & BD, est dimidia EB; ergo dimidia AE, erit æqualis CB, minus DB; nempe CD. Tunc, quoniam factum fuit ut H, ad dimidiam AD, sic AE, ad ED; ergo & ad consequentium dupla. Ergo ut H, ad AD, sic AE, ad EB. Et conuertendo, ut AD, ad H, sic BE, ad EA. Sed ut BE, ad EA, ita BD, dimidia BE, ad dimidiam AE, nempe ad CD, ei æqualem. Ergo ut AD, ad H, sic BD,

ad

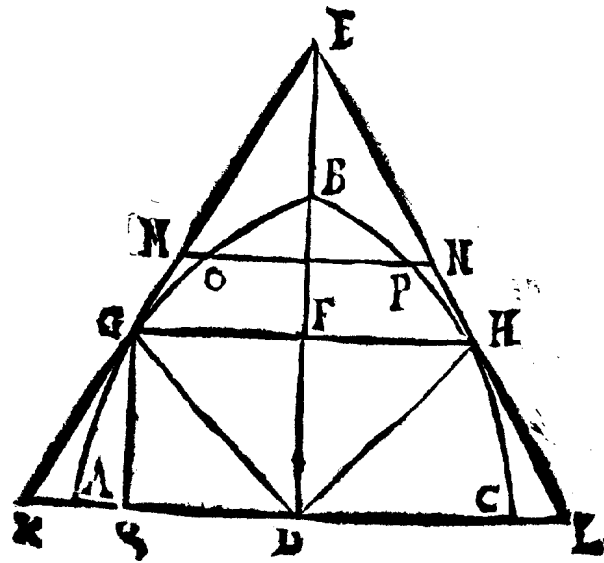
ad DC, excessum DA, supra AC, dimidiam AB. Qued erat faciendum.

PROPOSITIO LIV.

Si diameter cuiuslibet infinitarum parabolarum sic producat ut pars exterior producta, sit ad excessum diametri supra dimidiam composita ex diametro, & ex producta ut numerus parabolæ unitate minus, ad unitatem. Triangulum inscriptum in parabola, cuius basis secet illam compositam, erit omnium maximum intra inscribibilem.

DB, diameter parabolæ cuiuscunque ABC, sic producat in E, ut EB, sit ad BF, excessum BD, supra DF, medietatem DE, ut numerus parabolæ unitate minus, ad unitatem, & fiat triangulum GDH. Dico hoc esse maximum omnium inscribibilem in ABC. Ducantur EGK, EHL. Ergo ex proposito. 50. erunt tangentes parabolam, & triangulum KEL, erit parabolæ circumscriptum. Si ergo triangulum GDH, non est maximum parabolæ inscriptum, sit hoc triangulum, cuius basis OP, infra, vel supra GH, quæ producat usque ad triangulum in M, & N; & pariter intelligatur triangulum MDN, cuius basis MN. Cum DE, seceta sit bifariam in F; ergo triangulum GDH, erit maximum inscribibilem intra triangulum KEL. Ergo erit maius triangulo cuius basis MN. Ergo

Aa 2 multo



multo maius triangulo ODP, cuius basis OP, Quare patet propositum.

SCHOLIUM I.

Ab hac regula generali reperiendi triangulum maximum inscriptibilem in parabola non excluditur prima parabola, nempe triangulum. Cum enim iubeat regula sic esse producendam diametrum DB, ut pars extra sit ad excessum BD, supra medietatem compositæ ex BD, & ex producta, ut numerus parabolæ unitate minutus ad unitatem; patet in prima parabola, cuius numerus est unitas, numerum unitate

tate minutum esse nihil; unde DB, in triangulo non est producenda; sed supponendo ABC, esse triangulum, BD, est bissecanda, & triangulum GDH, est maximum. Quod sic esse, probatum est supra proposit. 51.

SCHOLIUM II.

Triangulum ergo GDH, maximum inscriptibilem intra parabolam ABC, sic dividit DB, in F, ut BF, sit ad FD, ut unitas ad numerum parabolæ. V. g. in triangulo ut 1, ad 1. In parabola quadratica ut 1, ad 2. In cubica ut 1, ad 3. Et sic in infinitum. In triangulo enim, patet ex dictis. In alijs sic patebit. Quum etenim sit EB, ad BF, ut numerus parabolæ unitate minutus, ad unitatem; erit componendo, EF, ad FB, ut numerus parabolæ ad unitatem. Sed FD, est æqualis EF. Quare patet propositum.

PROPOSITIO LV.

Maximum triangulum inscriptibile in figura constante ex duabus quibuscunque semiparabolis, sic dispositis, ut semibasis euadat diameter, est æquale maximo inscripto in parabola.

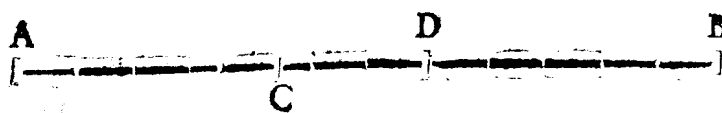
Mente intelligamus semiparabolam ABD, duplicari ad partes AD. Dico maximum triangulum

gulum inscriptibile in tali figura, esse æquale triangulo GDH . Hoc ostendetur in semiparabola, quod enim probabitur de dimidia, patebit etiam de tota. Sit ergo GDH , maximum triangulum inscriptibile in parabola, & ducatur GQ, BD , diametro parallela: patet triangulum GQD , esse æquale triangulo GDF ; & eius duplum, ipsi GDH . Dico triangulum GQD , esse maximum &c. Etenim, cum ED , sit dupla DF , seu GQ , etiam Dk , erit dupla DQ . Ergo triangulum DQG , erit maximum inscriptibile intra triangulum kED . Si ergo GQD , non est maximum inscriptibile etiam in semiparabola, sit aliud, cuius basis producta usque ad Ek , secet ipsam, & curuam parabolicam infra, vel supra GQ , ut supra dictum est de MN . Ergo triangulum cuius basis secans kE , erit minus triangulo GQD . Ergo triangulum cuius basis pertingens tantum ad curuam parabolicam, erit multo minus triangulo GQD . Quare patet propositum.

PROPOSITIO LVI.

Si AB , sit taliter secata in $C, \& D$, ut AC , sit tertia pars AB . Erit CD , duo tertia AD , minus tertia parte DB .

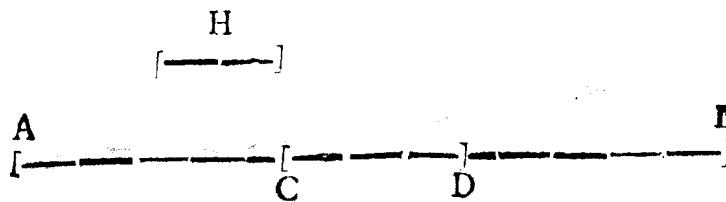
Cum



Cum enim AC , sit tertia pars AB ; ergo CB , erit duo tertia AB ; nempe duo tertia AD , cum duobus tertijs DB . Ergo CD , erit duo tertia AD , minus tertia parte DB . Quod &c.

PROPOSITIO LVII.

Datam AD , taliter producere in B , ut BD , sit ad excessum DA , supra tertiam partem AB , in data proportione.



Data proportio sit, quam habet AD , ad H ; & fiat ut tripla H , cum AD , ad AD , ita dupla AD , ad DB . Patet BD , minorem esse dupla AD . Quare si fiat AC , tertia pars AB , punctum C , cadet inter A, D . Sit ergo AC , tertia pars AB .

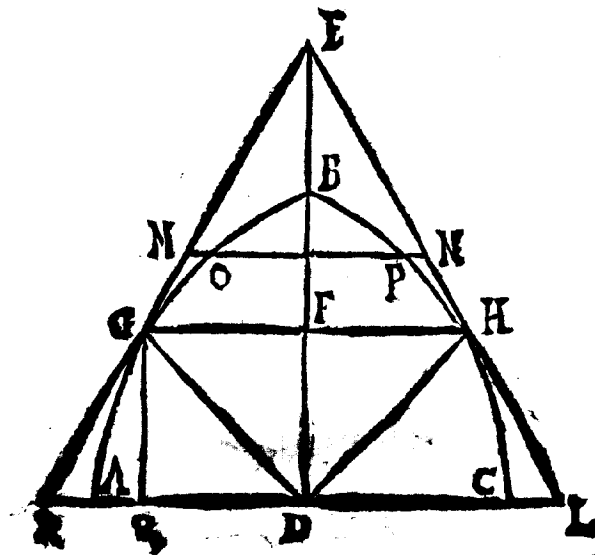
Quoniam ut tripla H , cum AD , ad AD , sic dupla AD , ad DB ; ergo diuidendo ut tripla H ,
ad

ad AD , ita dupla AD , minus DB , ad DB . Et antecedentium subtrippla. Ergo ut H , ad AD , ita duo tertia AD , minus tertia parte DB , ad DB . Sed ex proposit. anteced. CD , est duo tertia AD , minus tertia parte DB . Ergo ut H , ad AD , sic CD , ad DB . Et conuertendo, ut AD , ad H , sic BD , ad DC , excessum DA , supra AC , tertiam partem AB . Quod erat faciendum.

PROPOSITIO LVIII.

Si diameter cuiuslibet infinitorum conoideorum sic producat, ut pars exterior producta sit ad excessum diametri supra tertiam partem composita ex diametro, & ex producta, ut numerus parabolæ unitate minutus ad unitatem. Conus inscriptus in conoide, cuius diameter sit tertia pars illius composita, erit maximus omnium inscriptibilium in conoide.

D B , diameter conoidis cuiuscunque ABC , sic producat in E , ut EB , sit ad BF , excessum BD , supra DF , tertiam partem DE , ut numerus parabolæ unitate minutus, ad unitatem; & intelligamus conum GDH , cuius diameter FD . Dico hunc esse omnium maximum inscriptibilem in conoide. Ductis enim tangentibus EGK , EHL , intelligamus conum kEL , circumscriptus conoidi. Et si conus GDH , non est omnium maximus, sit alius cuius basis OP , infra, vel supra GH , quæ
pro-



producat in MN . Ergo ex proposit. 52. conus MDN , cuius basis MN , erit minor cono GDH . Ergo conus cuius basis OP , erit multo minor cono GDH . Patet ergo propositum.

SCHOLIUM.

Sicuti ergo supra diximus regulam generalem assignatam in parabolis, habere locum etiam in prima parabola, sic nunc animaduertimus præsentem generalem regulam habere locum etiam in primo conoide, nempe in cono. Hoc autem facile quilibet cognosceret.

Bb Sicu-

Sicuti facile agnoscet DB , taliter secari in F , ut BF , sit ad FD , ut vnitas ad dimidium numeri conoidis. Nempe in cono ut 1 , ad dimidium, seu ut 2 . ad 1 . In conoide quadratico, ut 1 , ad 1 . In cubico ut 1 , ad 1 , cum dimidio, & sic in infinitum. In cono res supra patuit in proposit. 52. In alijs conoidibus sic patebit. Nam cum EB , sit ad BF , ut numerus conoidis vnitate minutus ad vnitatem, erit componendo, EF , ad FB , ut numerus conoidis ad vnitatem. Cum autem DF , sit dimidium FE , patet conuertendo, propositum.

PROPOSITIO LIX.

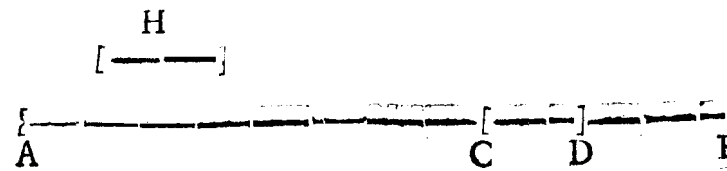
Si AB , taliter secetur in C , & D , ut AC , sit duo tertia AB . CD , erit tertia pars AD , minus duobus tertijs DB .

Cum enim AC , sit duo tertia AB , ergo CD , erit tertia pars AB ; nempe tertia pars AD , plus tertia parte DB . Quare CD , sola erit tertia pars AD , minus duobus tertijs DB . Quod &c.

PROPOSITIO LX.

Datam AD , taliter producere in B , ut BD , sit ad excessum DA , supra duo tertia AB , in data proportione.

Iti-



Idem ratio data sit quam habet AD , ad H ; & fiat ut tripla H , cum dupla AD , ad AD , ita AD , ad DB . Patet BD , minorem esse subdupla AD ; & consequenter tertia parte totius AB . Quare AD , est maior duobus tertijs AB , quę sit AC . Dico AD , esse sic productam in B , ut BD , sit ad DC , excessum AD , supra AC , duo tertia AB , ut AD , ad H . Quoniam enim factum est ut tripla H , cum dupla AD , ad AD , ita AD , ad DB ; ergo & duabus vicibus diuidendo, erit tripla H , ad AD , ut AD , minus dupla DB , ad DB . Et antecedentium subtripla, nempe ut H , ad AD , ita tertia pars AD , minus duobus tertijs BD , ad BD . Et conuertendo, ut AD , ad H , sic BD , ad tertiam partem AD , minus duobus tertijs DB ; nempe ex prop. ant. ad DC . Quod erat faciendum.

PROPOSITIO LXI.

Si diameter cuiuscunque parabola sic producat ut pars exterior producta, sit ad excessum diametri supra duo tertia

Bb 2 111

tia composita ex diametro, & ex producta, ut numerus parabolæ unitate minutus, ad unitatem. Conus cuius radius basis sit æqualis duobus tertijs prædictæ compositæ, erit maximus omnium inscriptibilium in semifuso ex semiparabola.

Diameter DB, in schem. antec. parabolæ cuiuscunque sic producat in E, ut EB, sit ad BF, excessum BD, supra DF, duo tertia DE, ut numerus parabolæ unitate minutus ad unitatem, & fiat triangulum GQD, ut GQ, sit æqualis FD; intelligamusque semiparabolam ABD, cum triangulo QGD, rotari circa AD. Dico conum ex QGD, esse maximum omnium inscriptibilium in semifuso. Intelligatur tangens EGK, & conus ex triangulo kED, circa kD. Quoniam EF, est tertia pars ED, nempe GE, est tertia pars EK, ergo & QD, erit tertia pars Dk. Ergo conus ex triangulo QGD, erit ex proposit. 52. maximus omnium inscriptibilium in cono ex triangulo kED, reuolutis ambobus circa kD. Si autem conus non sit maximus, sit alius, si est possibile; & deducetur ad absurdum ut factum est prius. Quare ex dictis, patebit propositum.

SCHOLIUM.

Nec etiam in præsentī excluditur à regula generalis conus semifusus, nempe conus, ut consideranti patebit.

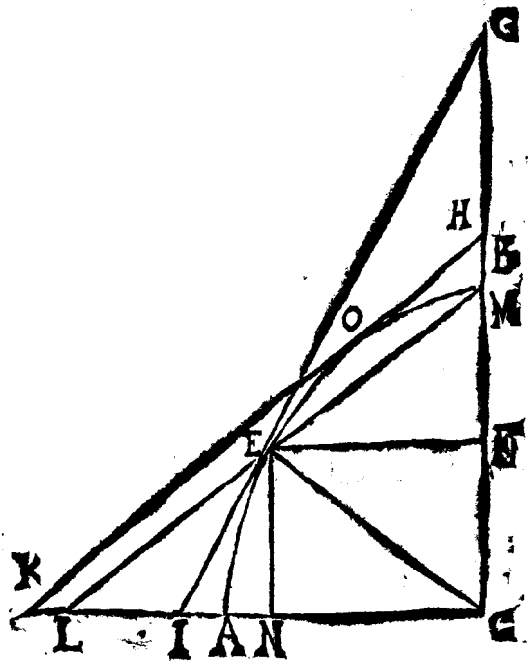
Sed

Sed notetur, in semifusis, BD, secari in F, aliqua continuata serie, nempe sic ut BF, sit ad FD, ut vnitas ad duplum numerum fusi. Nempe in primo ut 1, ad 2. In secundo ut 1, ad 4. In tertio ut 1, ad 6. & sic in infinitum. Quod enim in primo semifuso, nempe in cono sit ut 1, ad 2, patet ex dictis. In alijs sic patebit. Nam cum sit EF, ad FB, componendo, ut numerus parabolæ ad unitatem; erit conuertendo FB, ad FE, ut vnitas ad numerum parabolæ. Et ad DF, duplam FE, ut vnitas ad duplum numerum parabolæ, seu semifusi.

PROPOSITIO LXII.

Minimum triangulum circumscriptum cuiuslibet infinitarum parabolarum, est illud cuius latera tanguntur in basi maximi trianguli in parabola inscripti.

Esto semiparabola qualibet ABC, cuius diameter BC, & in ipsa sit inscriptum maximum triangulum ECF (quod enim dicitur de dimidia intelligetur etiam de tota) sitque ei circumscriptum triangulum GEIC. Dico hoc esse minimum omnium circumscriptibilium semiparabolæ. Si non, sit minimum HOKC, & per punctam E, ducatur LEM, parallela KH. Patet manifestè triangulum LMC, minus esse triangulo kOHC, cum LM, secet, kH, vero tangat parabolam. Quoniam autem ex superioribus, triangulum EFC, est maximum.



ximum inscriptibilem intra triangulum IGC , quia
 supponitur secare GC , bifariam in F , ergo non erit
 maximum inscriptibilem intra triangulum LMC ,
 quia MC , non secabitur bifariam in F . Ergo trian-
 gulum EFC , habebit ad triangulum IGC , ma-
 iorem rationem, quam ad triangulum LMC . Sed
 idem triangulum EFC , ad triangulum LMC , ha-
 bet maiorem rationem quam ad triangulum kHC .
 Ergo EFC , erit ad IGC , in multo maiori ratione
 quam ad kHC . Ergo IGC , minus erit kHC .
 Non

Non ergo kHC , est minimum, sed IGC . Quod
 &c. 199

SCHOLIUM.

Cum autem in proposit. 54. assignatus sit modus
 reperiendi triangulum maximum EFC , fuit conse-
 quenter expositus etiam modus reperiendi triangu-
 lum minimum GIC .

Insuper notetur, triangulum minimum circum-
 scriptum parabolæ, æquale esse triangulo minimo
 circumscripto figuræ constante ex duabus semipara-
 bolis supra expositis. Triangulum enim GIC , du-
 plicatum ad partes GC , est æquale eidem GIC ,
 duplicato ad partes IC .

PROPOSITIO LXIII.

*Conus minimus circumscriptus cuilibet infinitorum conoideo-
 rum vel semifusorum parabolicorum, est ille, qui tangit
 basim maximi conii in illis solidis inscripti.*

Sed supponamus conum ex triangulo EFC , esse
 maximum inscriptibilem intra conoides ex se-
 miparabola ABC , circa BC , & conum ex triangulo
 GIC , tangere basim conii inscripti. Dico conum ex
 triangulo GIC , esse minimum circumscriptibilem
 conoidi. Si non, sit minimus ille, qui oritur ex trian-
 gulo HkC , & ducta LEM , parallela kH , intelli-
 gamus

gamus conum ex triangulo LMC , qui utique erit minor cono ex triangulo KHC . Conus ergo ex triangulo $EF C$, cum sit maximus inscriptus in conoide, erit ex dictis, maximus inscriptus in cono ex triangulo IGC . Non ergo erit maximus inscriptus in cono ex triangulo LMC . Ergo conus ex triangulo $EF C$, erit ad conum ex triangulo GIC , in maiori ratione quam ad conum ex triangulo LCM . Ergo in multo maiori quam ad conum ex triangulo HkC . Non ergo erit minimus conus ex triangulo kHC , sed ille ex triangulo IGC .

Pariter si conus ex triangulo ENC , sit maximus inscriptus in semifuso ex semiparabola ABC , reuoluta circa AC , conus ex triangulo GIC , circa IC , erit minimus circumscriptus semifuso; quod, ut patet, probabitur eodem modo. Quare patet propositum.

SCHOLIUM.

Cum ergo in propositionibus 58, & 61, assignauerimus conos maximos inscriptos in conoidibus, & in semifusis, pariter explicauimus vnica vice, conos etiam minimos prædictis solidis circumscriptos. Notandum tamen diuersos esse conos minimos his solidis circumscriptos; nam in cono circumscripto conoidi, CF , est tertia pars GC ; in cono vero circumscripto semifuso, CF , est duæ tertiæ partes GC . Quæ omnia cum sint manifestissima ex supradictis,

ideo

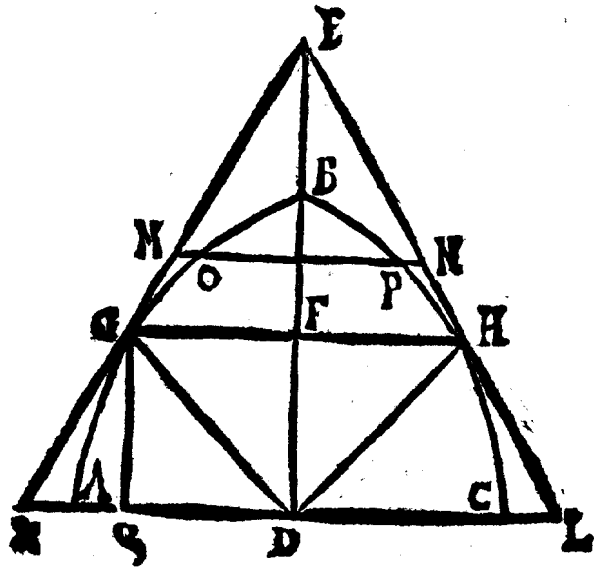
ideo circa ipsa nequaquam immoramur. Solum animaduertendum est, quod cum supra in scholijs proposit. 51, & 52, ostensum sit idem esse centrum grauitatis maximi trianguli inscripti in triangulo, & ipsius trianguli; item maximi conii in cono inscripti, & ipsius conii; patet consequenter idem esse centrum grauitatis maximi trianguli inscripti in parabola, & minimi circumscripti; item idem esse centrum grauitatis maximi conii inscripti in quolibet conoide, & in quolibet semifuso parabolico, & minimorum conorum ipsis circumscriptorum.

PROPOSITIO LXIV.

Qualibet parabola est ad maximum triangulum sibi inscriptum, ut pars semibasis parabola, quæ se habeat ad semibasim ut binarium ad numerum parabola unitate auctum, ad ultimam proportionalem proportionis semibasis parabola, ad semibasim trianguli, continuatæ in tot terminos, ut numerus eorum excedat numerum parabola binario.

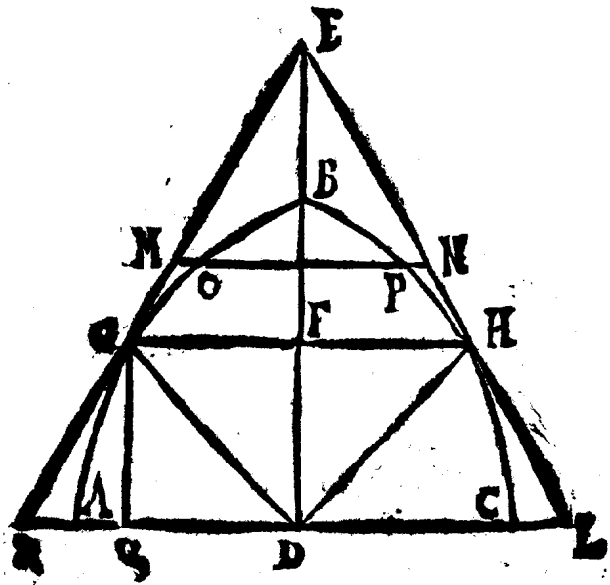
Esto qualibet parabola ABC , sitque maximum triangulum in ea inscriptum GDH , ut supra dictum est. Dico parabolam esse ad triangulum GDH , ut talis pars AD , quæ se habeat ad AD , ut binarium ad numerum parabola unitate auctum, ad ultimum terminum proportionis AD , ad GF , continuatæ in tot terminos, ut numerus eorum ex-

Cc dat



dat numerum parabolæ binario. V. g. in prima parabola, nempe in triangulo vt AD , ad tertiam proportionalem. In quadratica vt duo tertia AD , ad quartam. In cubica vt duo quarta, seu dimidium AD , ad quintam. Et sic in infinitum. Sit illa vltima proportionalis AQ . In prima parabola, nempe in triangulo res est euidens, quia sicuti triangulum ABC , esset quadruplum trianguli GDH , maximi sibi inscripti, sic AD , quia AD , esset dupla GF , esset quadrupla AQ , tertiæ proportionalis. In alijs parabolis nẽ schemata multiplicemus, intelligamus inscripta triangula etiam ABC , quorum bases AC , diametri DB . Triangulum ABC , ad triangulum GDH ,

GDH , habet rationem compositam ex rationibus AD , ad GF , & BD , ad DF . Sed BD , ad DF , est ex schol. 2. proposit. 54. componendo, vt numerus parabolæ vnitatem auctus ad numerum parabolæ, & pariter ex natura parabolæ, cum sit BD , ad DF , vt potestas AD , eiusdem gradus cum parabola, ad excessum ipsius supra similem potestatem GF , nempe ad tot tales potestates GF , quotus est numerus parabolæ. Ergo ratio trianguli ABC , ad GDH , componetur ex ratione AD , ad GF , & ex ratione potestatis AD , eiusdem gradus cum parabola ad tot similes potestates GF , quotus est numerus parabolæ. Sed ex istis rationibus componitur quoque ratio potestatis AD , uno gradu altioris potestatis parabolæ, ad tot similes potestates GF , quotus est numerus parabolæ. Ergo triangulum ABC , erit ad triangulum GDH , vt illa potestas AD , ad illas potestates GF . Sed vt potestas AD , ad vnam potestatem GF , sic DA , ad AQ : ergo & vt potestas dicta AD , ad omnes illas potestates GF , sic DA , ad tot AQ . Erit ergo triangulum ABC , ad triangulum GDH , vt DA , ad tot AQ , quotus est numerus parabolæ. Quoniam vero ex proposit. 1. lib. prim. est conuertendo, parabola ABC , ad parallelogrammum sibi circumscriptum vt numerus parabolæ ad numerum parabolæ vnitatem auctum, nempe vt duplus numerus parabolæ, ad duplum numerum binario auctum; ergo parabola ABC , erit ad triangulum ABC , dimidium parallelogrammi sibi



fibi circumscripti ut duplus numerus parabolæ ad numerum parabolæ unitate auctum; nempe ut magnitudo, quæ se habeat ad AD , ut duplus numerus parabolæ, ad numerum parabolæ unitate auctum, ad AD . Quare ex æquali, erit parabola ABC , ad triangulum GHD , ut dicta magnitudo, quæ ad AD , se habeat ut duplus numerus parabolæ ad numerum parabolæ unitate auctum, ad tot AQ , quotus est numerus parabolæ. Cum verò antecedens huius proportionis contineat duplum numerum parabolæ, & consequens numerum parabolæ; sequitur antecedens diuidi in tot binaria, in quot unitates diuiditur consequens: vnde erit ut prædictum antecedens ad prædictum

dictum consequens, sic vnum binarium antecedentis, ad unitatem consequentis. Erit ergo ut duæ partes illius magnitudinis diuisæ in tot partes quotus est numerus parabolæ duplus, & consequenter ipsius AD , diuisæ in tot partes quotus est numerus parabolæ unitate auctus, ad AQ . Quod erat ostendendum.

SCHOLIUM.

Cum autem in proposit. 55, visum sit, triangulum GQD , esse dimidium trianguli maximi inscripti in figura constante ex duabus semiparabolis; sequitur hoc esse ad triangulum maximum sibi inscriptum in supra dicta ratione, continuata ratione AD , ad DQ , diametrum trianguli æqualem GF , ut dictum est. Pariter cum minima triangula circumscripta tam infinitis parabolis, quam infinitis figuris constantibus ex duabus semiparabolis, sint quadrupla maximorum triangulorum in ipsis inscriptorum; sequitur prædictas figuras esse ad minima triangula circumscripta, ut idem antecedens ad quadruplum consequentis: vel ut quarta pars antecedentis ad idem consequens.

PROPOSITIO LXV.

Quodlibet conoides parabolicum est ad maximum conum sibi inscriptum, ut pars radij basis conoidis, quæ se habeat ad totum radium ut unitas ad numerum conoidis binario auctum,

auctum, ad sextam partem ultime proportionalis proportionis dicti radij ad radium basis con, continuatae in tot terminos ut numerus eorum excedat numerum conoidis ternario.

Sed supponamus ABC , esse conoides parabolium, & DGH , maximum conum illi inscriptum, &c. & ratio AD , ad GF , continuetur in tot terminos ut numerus excedat numerum conoidis ternario, sitque ultimus terminus AQ . Dico conoides ad conum esse ut pars AD , quae se habeat ad dictam AD , ut unitas ad numerum conoidis binario auctum, ad sextam partem AQ . V. g. in primo conoide, nempe in cono, ut tertia pars AD , ad sextam partem AQ , quartae proportionalis. In secundo, ut quarta pars AD , ad sextam partem AQ , quintae proportionalis. In cubico, ut quinta pars AD , ad sextam partem AQ , sextae. Et sic in infinitum.

In cono, patet. Quia si ABC , est conus, BF , est dupla FD . Cumque pateat ex propof. 2, ABC , esse ad GDH , ut cubus DB , ad factum sub quadrato BF , in FD , nempe in medietatem BF ; nempe ad medietatem cubi BF ; & cum sit ut cubus DB , ad medietatem cubi BF , sic cubus AD , ad medietatem cubi GF ; nempe tertia pars cubi AD , ad sextam partem cubi GF ; & pariter cum sit ut cubus AD , ad cubum GF , sic AD , ad AQ , & ut tertia pars cubi AD , ad sextam partem cubi GF ,
sic

sic tertia pars AD , ad sextam partem AQ ; ergo patet propositum.

In alijs vero conoidibus, mente intelligamus conum ABC , inscriptum in conoide: ergo conus ABC , ad conum GDH , habet rationem compositam ex ratione quadrati AD , ad quadratum GF , & ex ratione BD , ad DF . Sed ex natura conoidis, BD , ad DF , est ut potestas AD , eiusdem gradus cum conoide, ad excessum eiusdem supra similem potestatem GF ; & pariter ex schol. propofit. 58, componendo, est BD , ad DF , ut dimidium numeri conoidis unitate auctum ad dimidium numeri conoidis; nempe ut numerus conoidis binario auctus, ad numerum conoidis; unde excessus praedictae potestatis AD , supra similem potestatem GF , continet tot partes praedictae potestatis AD , diuisae in tot partes quotus est numerus conoidis binario auctus, quotus est numerus conoidis; nempe tot medietates similis potestatis GF , quotus est numerus conoidis. Ergo proportio cono ABC , ad conum GDH , componetur ex ratione quadrati AD , ad quadratum GF , & ex ratione potestatis AD , ad tot medietates similis potestatis GF , quotus est numerus conoidis. Ergo conus ABC , erit ad conum GDH , ut potestas AD , duplici gradu altior potestate conoidis, ad factum sub quadrato GF , & sub praedictis medietatibus potestatis GF ; nempe ad tot medietates similis potestatis GF , quotus est numerus conoidis; nempe ut AD , ad tot medietates

tes AQ , quotus est numerus conoidis. Ast cum ex proposit. 15, lib. 3. sit conuertendo, conoides ABC , ad cylindrum sibi circumscriptum vt numerus conoidis ad numerum conoidis binario auctum; nempe vt triplus numerus conoidis, ad triplum numerum conoidis senario auctum: erit idem conoides ad conum ABC , tertiam partem talis cylindri, vt triplus numerus conoidis, ad numerum conoidis binario auctum: nempe vt tot partes AD , diuisæ in tot partes quotus est numerus conoidis binario auctus, quotus est triplus numerus conoidis, ad AD . Ergo ex æquali, erit conoides ABC , ad conum GDH , vt prædictæ partes AD , quotus est triplus numerus conoidis, ad tot medietates AQ , quotus est numerus conoidis. Et diuisis vtrisque terminis per 3, erit conoides ABC , ad conum GDH , vt tres partes AD , diuise prædicto modo, ad dimidiam AQ . Et subtriplando hos terminos, vt vnica talium partium AD , ad sextam partem AQ . Quod erat ostendendum.

SCHOLIUM.

Cum ex supra dictis, constet, minimum conum kEL , conoidi circumscriptum, esse maximum circumscriptum cono GDH ; & cum ex schol. prop. 52, constet conum GDH , esse ad conum kEL , vt 4, ad 27, sequitur conoides esse ad conum kEL , vt prædicta pars AD , ad AQ , cum eius octaua parte.

PRO-

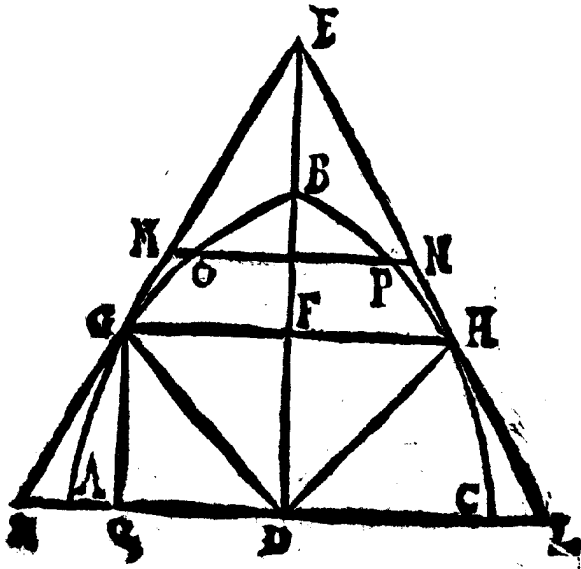
PROPOSITIO LXVI.

Quilibet semifusus parabolicus, est ad maximum conum sibi inscriptum vt vnica pars quadrati semibasis parabola diuisi in tot partes quot vnitates continet tertia pars re-ctanguli contenti sub numero fusi vnitate aucto, & sub duplo numero fusi vnitate aucto, ad duo re-ctangula contenta sub duobus vltimis terminis proportionis basis semiparabola ad altitudinem cono, continuata in tot terminos, vt numerus eorum excedat numerum fusi binario.

Sed intelligamus semiparabolam ABD , cuius basis AD , diameter BD , cum triangulo GQD , rotari circa AD , adeo vt conus genitus sit maximus in semifuso inscriptus: & ratio AD , ad DQ , sit continuata ad tot terminos, vt numerus eorum excedat numerum fusi binario; sintque duo vltimi minimi termini QA , Ak . Dico semifusum ex BAD , esse ad conum ex GQD , vt vnica pars quadrati AD , diuisi in tot partes quot vnitates continet tertia pars re-ctanguli sub numero fusi vnitate aucto, & sub duplo numero fusi vnitate aucto, ad duo re-ctangula QAk . V. g. in primo semifuso, vt dimidium quadrati AD , ad illa duo re-ctangula. In secundo, vt quinta pars quadrati AD . In tertio vt vnica pars quadrati AD , diuisi in 9, cum tertia parte vnus. Et sic discurrendo.

Quod enim in cono sic res se habeat, patet. Quia

Dd in

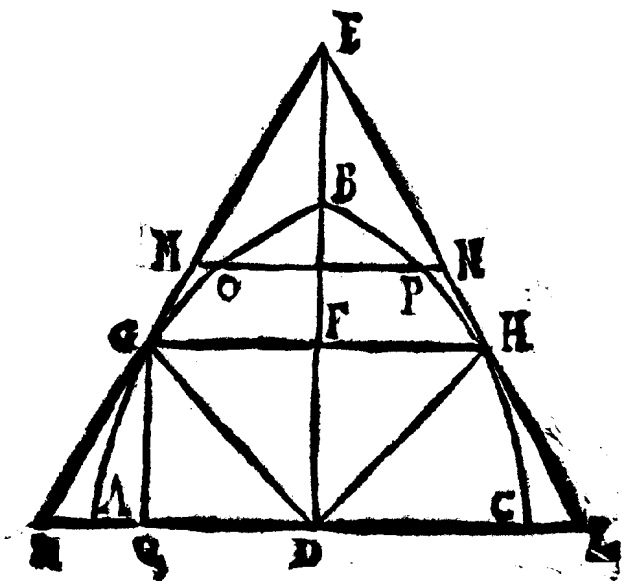


in ipso ratio AD , ad DQ , continuanda est tantum ad tertium terminum; hic sit kA ; unde duo ultimi termini terminantur DQ , kA . Ergo est probandum conum ex BAD , esse ad conum ex GDQ , ut dimidium quadrati AD , ad duo rectangula DQ , kA . Cum enim in tali casu, sit AQ , dupla QD , erit conus ad conum ut cubus AD , ad 4. cubos QD ; nempe ut dimidium cubi AD , ad duos cubos QD . Sed ut dimidium cubi AD , ad duos cubos QD , sic dimidium quadrati AD , ad duo rectangula DQ , kA . Quare patet propositum.

Quod vero ut dimidium cubi ad duos cubos, sic dimidium quadrati ad duo rectangula, est manifestum;

stum; quia rationes antecedentium ad consequentia componuntur ex iisdem rationibus. Ratio enim dimidij cubi AD , ad cubum DQ , componitur ex ratione AD , ad DQ , & ex ratione dimidij quadrati AD , ad quadratum DQ , quæ ratio est æqualis rationi dimidiæ AD , ad kA , ex quibus rationibus componitur quoque ratio dimidij quadrati AD , ad rectangulum DQ , kA .

In alijs vero, intellecto triangulo BAD , reuolutoque ipso circa AD , habet conus ex ipso ad conum ex QGD , rationem compositam ex ratione AD , ad DQ , & ex ratione quadrati BD , ad quadratum DF , nempe ex duplici ratione BD , ad DF . Cum autem sit componendo, ex schol. proposit. 61, BD , ad DF , ut duplus numerus fusi unitate auctus ad duplum numerum fusi; & cum pariter sit BD , ad DF , ut potestas AD , eiusdem gradus cum fuso ad excessum ipsius, supra similem potestatem GF , nempe ad tot similes potestates GF , quotus est duplus numerus fusi. Ergo proportio coni ex triangulo BAD , ad conum ex triangulo QGD , componetur ex ratione AD , ad DQ , & ex ratione potestatis AD , ad tot similes potestates GF , seu QD , quotus est duplus numerus fusi, & ex ratione BD , ad DF . Sed ex rationibus AD , ad DQ , & potestatis dictæ AD , ad dictas potestates QD , componitur ratio potestatum unius gradus altioris. Ergo ratio coni ad conum componetur ex ratione potestatis AD , vno



gradu altioris potestate fusi ad tot similes potestates DQ , quotus est duplus numerus fusi, & ex ratione BD , ad DF . Sed cum sit ut potestas AD , vno gradu altior potestate fusi ad similem potestatem DQ , sic DA , ad Ak ; vnde & ut potestas AD , ad tot potestates DQ , quotus est duplus numerus fusi sic DA , ad tot numero Ak . Ergo ratio conii ex triangulo BAD , ad conum ex triangulo GQD , componetur ex ratione AD , ad tot Ak , quotus est duplus numerus fusi, & ex ratione BD , ad DF . Rursum BD , ad DF , patuit supra, esse ut potestas AD , eiusdem gradus cum fuso ad tot similes potestates DQ , quotus est duplus numerus fusi; & ut talis pote-

potestas ad tales potestates sic, DA , ad tot numero AQ . Ergo ratio conii ad conum componetur ex rationibus AD , ad tot Ak , & eiusdem AD , ad tot AQ , quotus est duplus numerus fusi: nimirum erit conus ad conum ut quadratum AD , ad rectangulum sub illis tot kA , & AQ , quotus est duplus numerus fusi. Ast quoniam ex proposit. 16, lib. 2. est conuertendo, semifusus ex semiparabola BAD , ad cylindrum sibi circumscriptum, ut quadratum numeri parabolę ad rectangulum sub dimidio numeri parabolę vnitatem aucti, & sub duplo numero parabolę vnitatem aucto; vel ut duplum ad duplum; nempe ut duplum quadratum numeri parabolę ad rectangulum sub numero vnitatem aucto, & sub duplo numero vnitatem aucto, vnde est semifusus ad tertiam partem cylindri, nempe ad conum ex triangulo BAD , ut antecedens, ad tertiam partem consequentis; & ut antecedens ad tertiam partem consequentis, sic tot partes quot vnitates continet duplum quadratum numeri fusi (hoc est rectangulum sub numero, & sub duplo numero) quadrati AD , diuisi in tot partes quot vnitates continet tertia pars rectanguli sub numero fusi vnitatem aucto, & sub duplo numero vnitatem aucto, ad quadratum AD . Ergo ex æquali, erit semifusus ad conum ex GQD , ut tot partes quadrati AD , diuisi ut dictum est, quot vnitates continet rectangulum sub numero fusi, & sub duplo numero, ad tot rectangula sub tot kA , & sub tot AQ , quotus est duplus numerus fusi. Cum vero numerus antecedentis, nempe

nempe partium quadrati AD , sit numerus ortus ex numero fusi, & ex duplo numero; & numerus rectorum ex kA , AQ , sit numerus ortus ex duplo numero, & ex duplo numero; sequitur primum numerum, nempe quadratorum, esse dimidium numeri secundi, nempe rectorum KAQ . Quare quot unitates continet numerus quadratorum, tot binaria continet numerus rectorum. Erit ergo ut omnia illa quadrata ad omnia rectora, sic unicum quadratum ad unicum rectorum. Erit ergo semifusus ad conum ex GQD , maximum sibi inscriptum ut unica pars quadrati AD , diuisi in tot partes quot unitates continet tertia pars rectorum sub numero fusi unitate aucto, & sub duplo numero unitate aucto, ad duo rectora QAk . Quod erat ostendendum.

SCHOLIUM.

Cum ergo conus minimus circumscriptus semifuso sit ad maximum inscriptum ut 27, ad 4; sequitur semifusum esse ad ipsum, ut prædictum antecedens ad 13, rectora QAk , cum dimidio.

Hæc ergo sunt benigne lector, quæ pro tertia hac vice determinauimus tibi communicare. Impressio nostri operis de Infinitis Parabolis absoluta fuit die quarta præteriti Mensis Iulij. Compositio Miscellanei præsentis terminata fuit die 26. Augusti. Hæc tibi exponimus ut habeas vnde colligas fauorabiles

excu-

excusationes pro imperfectionibus in ipso contentis. Sufficere enim arbitramur notificare compositum fuisse tempore æstiuo, & dum Canicula, & Leo magis, magisque feruent. Hæc etenim tempora potius otio, & quieti, quam speculationibus geometricis, hoc est sublimibus, videntur accomodata. Verum propemodum impossibile est cohibere intellectum nè vagetur vbicumque ei libuerit. Præterquam quod in inuentionibus rerum geometricarum, expectandæ sunt illæ fauorabiles cælestes directiones, quæ influunt non quando nos, sed quando ipsæ volunt. Tabellam errorum non exhibemus; relinquimus enim illis tuæ diligentia, tuæque humanitati. Diligentia ut illos corrigas; humanitati ut eos libenter sustineas; memor impressionem librorum matrem esse errorum; atque in impressione speculationum abstractarum, intellectum auctoris sic incumbere substantia, ut accidentia cogatur negligere. Vale.

F I N I S.